COLLEGE LA PREVOYANCE DE MAKEPE MISSOKE BP : 4500 Douala					
DEPARTEMENT	EVALUATION	MATIERE	CLASSE	DUREE	COEF
MATHEMATIQUES	DS2	MATHEMATIQUES	Tle C	4h	7

Cette épreuve étalée sur deux pages comporte quatre exercices et un problème tous obligatoires, notée sur 20 points, que le candidat traitera dans l'ordre de son choix. La clarté de la rédaction et le soin accordé au tracé des figures seront pris en compte dans l'examination de la copie du candidat. **NB** : Aucun document en dehors de ceux remis par les examinateurs n'est autorisé.

Partie A : EVALUATIONS DES RESSOURCES. (15,5 points)

Exercice 1 : NOMBRES COMPLEXES 04 points

1. Calculer $(2 + 4i)^2$. **0,5pt**
2. On considère l'équation (E) : $z^3 + (3 - 8i)z^2 - (13 + 12i)z + 9 + 20i = 0$.
   a) Montrer que (E) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera. **1.5pt**
   b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :
   $z^3 + (3 - 8i)z^2 - (13 + 12i)z + 9 + 20i = (z - 1)(z^2 + az + b)$. **1pt**
   c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **0,5pt**
3. Pour tout nombre complexe z = x + iy, on pose $Z = \frac{z - 2i}{z + 1}$ avec $z \neq -1$. Déterminer l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que |Z| = 1. **0,5pt**

Exercice 2 : STATISTIQUES 4 pts

A) Le tableau suivant indique, pour chaque année donnée, le nombre de mariages en milliers contractés au Cameroun.

Années	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nbre de mariages (en milliers) y_i	395	374	p	334	312	q	266

Les nombres de mariages contractés en 1998 et 2004 ont été égarés. Ces valeurs avaient permis par la méthode des moindres carrés d'obtenir $y = -22x + 419$ comme équation de la droite (Δ) de régression de y en x.

1) Déterminer la moyenne $\bar{x}$ et la variance V(x). **0,25pt + 0,5pt=0,75pt**
2) Exprimer en fonction de p et q, la moyenne $\bar{y}$ et la covariance (x ; y). **0,5pt × 2=1pt**
3) En déduire les valeurs de p et q. **1,5pt**
4) Si l'évolution reste semblable, à partir de quelle année y aurait-il deux fois moins de mariages qu'en 1994 ? **0,75pt**

Exercice 3 : FONCTIONS. 03 points

1. Soit la fonction k définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par $k(x) = \frac{2x^2 + x}{x - 1}$, et (Γ) sa courbe représentative.
   a) Déterminer les limites de k aux bornes de son ensemble de définition. En déduire une asymptote verticale à (Γ). **0,5pt**
   b) Montrer que $k(x) = 2x + 3 + \frac{3}{x - 1}$, puis que la droite (Δ) : y = 2x + 3 est asymptote oblique à (Γ) en $+\infty$ et en $-\infty$. **0,5pt**
   c) Étudier la position relative de (Γ) et (Δ). **0,25pt**
2. Soit la fonction h définie sur $[0 ; +\infty[$ par $h(x) = x + \sqrt{x}$.
   a) Montrer que pour tout $x \in [1 ; 4]$, on a $\frac{5}{4} \leq h'(x) \leq \frac{3}{2}$. **0,75pt**
   b) À l'aide du théorème de l'inégalité des accroissements finis, montrer que pour tout $x \in [1 ; 4]$, on a : $\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \leq h(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. **0,5pt**

sujetexa.com

c) Étudier les branches infinies à la courbe de la fonction h au voisinage de $+\infty$. **0,5pt**

Exercice 4 : ARITHMÉTIQUE **4.5 pts**

1) Soit a et b deux entiers naturels ayant pour pgcd 18.

Déterminer a et b sachant qu'ils ont respectivement 21 et 10 diviseurs. **1.5pt**

2) a) Démontrer que si x et y sont deux entiers naturels premiers entre eux, il en est de même pour les entiers A = 3x + 5y et B = x + 2y. **0,75pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système : **1pt**

$$\begin{cases} (3a + 5b)(a + 2b) = 1276 \\ ab = 2\text{ppcm}(a\,;\,b) \end{cases}$$

3) Pour n élément de $\mathbb{N}$ on pose $p = n^2 + n$ et $q = n^2 - n$.

a) Montrer que pgcd (p ; q) = n × pgcd (n + 1 ; 2). **0,5pt**

b) Déterminer suivant les valeurs de n pgcd (p ; q). **0,75pt**

Partie B : EVALUATIONS DES COMPETENCES. (04,5 points)

Noah est directeur d'une entreprise de production et vente d'huile de palme et grand opérateur économique dans la région du Littoral. Il dispose d'une vaste surface sur laquelle il produit des arachides chaque année. Une étude statistique faite par l'un de ses agents, a permis de savoir qu'il y a une relation entre la quantité d'engrais utilisé et la production. De cette étude, ressort le tableau ci-dessous qui donne la production y_i (en milliers de tonnes) en fonction de la quantité d'engrais utilisé x_i (en milliers de kilogrammes).

Quantité d'engrais x_i	6	8	9	10	12	15
Production y_i	10	14	15	18	20	25

Noah aimerait, l'année prochaine lancer un autre projet qui lui demande la somme de 3 250 000 000 FCFA uniquement avec la recette obtenue de sa production. Pour cela il décide d'utiliser 24 000 kg d'engrais l'année prochaine. Sur le marché, la tonne d'arachide est vendue à 80 000 FCFA.

Dans son entreprise de production et vente d'huile, la marge bénéficiaire mensuelle en fonction du nombre de centaines de litres d'huile de palme produits $x \in [5\,;\,17]$ est donnée par $B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x + 150$. Noah aimerait au mois de janvier prochain produire et vendre la quantité d'huile nécessaire pour obtenir un bénéfice maximal dans l'optique d'acheter avec ce bénéfice un nouveau camion qui coûte 18 000 000 FCFA et qui assurera le transport d'huile dans les contrées lointaines du pays.

Devant sa concession, Noah dispose d'un espace de terre pas encore exploité qu'il aimerait sécuriser entièrement à l'aide du grillage car il compte à l'avenir transformer cet espace en un parc de loisir pour enfants. Les relevés topographiques montrent que dans le plan d'unité graphique 10 mètres, cet espace est représenté par l'ensemble des points M(x ; y) tel que le nombre complexe $\frac{z}{z+2i}$ soit un imaginaire pur (avec $z = x + iy$ et $z \neq 2i$). Le grillage est vendu à raison de 5000 FCFA le mètre. Il prévoit 320 000 FCFA pour l'achat de ce grillage.

Tâches.

1. Noah pourra-t-il acheter cet espace dans la région de l'Ouest l'année prochaine en utilisant 20 000 kg d'engrais ? **1,5pt**
2. Quelle quantité d'huile doit produire et vendre l'entreprise de Noah en janvier et pourra-t-il acheter ce camion avec son bénéfice maximal ? **1,5pt**
3. La somme prévue par Noah pour l'achat du grillage sera-t-elle suffisante ? **1,5pt**

sujetexa.com