COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	Mini Session du 04/11/2026	Situation 2
ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES Niveau : PC et PCE	Durée : 3H00	coefficient : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (05,00 points)

I/ Le dimanche 25 octobre 2026, au Spotify Camp Nou, le Real Madrid a battu le FC Barcelone 2 buts à 1 lors de la 10e journée de Liga : Mbappé a ouvert le score en première mi-temps, Raphinha a égalisé en seconde période, puis Mbappé a marqué le but de la victoire en fin de match. Le lendemain, en interrogeant un échantillon de 150 personnes sur les buts qu'ils ont vu au cours du match, on a obtenu les résultats suivant : 85 personnes ont vu le premier but de Mbappé ; 78 ont vu l'égalisation de Raphinha ; 70 ont vu le but de la victoire ; 60 ont vu à la fois le premier but de Mbappé et l'égalisation de Raphinha ; 45 ont vu à la fois les deux buts de Mbappé ; 52 ont vu à la fois l'égalisation de Raphinha et le but de la victoire ; 38 ont vu les trois buts.

1) Combien de personnes ont vu au moins un des trois buts ? **0,75pt**

2) Combien de personnes ont vu les deux buts de Mbappé mais pas celui de Raphinha ? **0,5pt**

II/ On lance simultanément deux dés dont le premier est cubique, parfaitement équilibré avec des faces numérotées de 1 à 6 et le deuxième tétraédrique avec des faces numérotées 1, 3, 4, 5. On note a le numéro obtenu sur la face supérieur du dé cubique et b celui obtenu sur la face cachée du dé tétraédrique. Un résultat est un couple $(a;b)$. Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les équations : (E): $x^2 - ax + b = 0$ et (F): $a\cos x = b$. (C) est le cercle de centre $\Omega(a;b)$ et de rayon 1. (D) est la droite d'équation cartésienne $3x - 4y = 0$.

1) Déterminer le nombre de résultats possible. **0,5pt**

2) Déterminer le nombre de résultats possibles pour lesquels (E) n'admet pas de solutions réelles. **0,5pt**

3) Déterminer le nombre de résultats possibles pour lesquels (F) admet :

- **a)** Des solutions réelles. **0,5pt**
- **b)** Exactement deux solutions dans $[0;2\pi[$. **0,5pt**

4) On considère la droite (D) d'équation cartésienne $3x - 4y = 0$.

- **a)** Montrer que la distance de Ω à (D) est $\frac{1}{5}|3a - 4b|$. **0,5pt**
- **b)** Déterminer le nombre de résultats possibles pour lesquels (C) et (D) n'ont aucun point commun. **0,5pt**
- **c)** Pour $(a;b) = (3;1)$, vérifier que (D) est tangente à (C) puis donner les coordonnées du point de contact. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (03,25 points)

1) Démontrer que pour tout $(a;b) \in \mathbb{R}^2$, $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$. **0,5pt**

2) Soit $x \in \mathbb{R}$-$\{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. On pose : $S_n(x) = \cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) + \cdots + \cos(nx)$ et $S'_n(x) = cos^2(x) + cos^2(2x) + cos^2(3x) + \cdots + cos^2(nx)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

- **a)** Démontrer que $2\sin\left(\frac{x}{2}\right)S_n(x) = -\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{(2n+1)x}{2}\right)$. **1pt**
- **b)** En déduire que $S_n(x) = -\frac{1}{2} + \frac{\sin\left(\frac{(2n+1)x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$. **0,25pt**

sujetexa.com

http://sujetexa.com
Whatsapp : 677007035

c) Démontrer que pour tout réel $a, cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2}$. **0,25pt**

d) En déduire que $S'_n(x) = \frac{1}{2}[n + S_n(2x)]$ puis exprimer $S'_n(x)$ en fonction de n et x. **1,25pt**

EXERCICE 3 : (03,75 points)

1) Résoudre graphiquement dans $]-\pi;\ \pi]$ l'inéquation $2\sin x - 1 \leq 0$. **1pt**

2) On donne l'inéquation (I): $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cos 2x + (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin 2x \geq 2\sqrt{2}$.

a) Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, calculer $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$. **0,5pt**

b) Démontrer que l'inéquation (I) est équivalente à $\cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$. **0,5pt**

c) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $\cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **1pt**

d) En déduire dans $[0; 2\pi]$ l'ensemble solution de l'inéquation (I). **0,75pt**

EXERCICE 4 : (03,00 points)

Résoudre le système (S) dans $\mathbb{R}^2$ et le système (S') dans $\mathbb{R}^3$. **1,5pt×2**

$$(S):\begin{cases} 4x^2 - \frac{5}{y-2} = -\frac{11}{9} \\ 3x^2 + \frac{2}{y-2} = 1 \end{cases} ; \quad (S'):\begin{cases} 3x + y + z = 6 \\ 7x - 3y + 5z = 6 \\ 5x + 3y + z = 12 \end{cases}$$

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05 points)

Situation :

John est PDG d'une entreprise d'installation de matériel informatique dans laquelle le salaire hebdomadaire des employés est de 7040 FCFA, celui des techniciens est le double et celui des cadres est de 21 120 FCFA. La masse salariale hebdomadaire s'élève à 380 160 FCFA, pour un salaire hebdomadaire moyen de 8 640 FCFA. Pour des raisons économiques, John doit diminuer la masse salariale hebdomadaire de 2%. Cette diminution se répartit de la façon suivante :

- Une baisse de 1% sur le salaire hebdomadaire des employés
- Une baisse de 3% sur le salaire hebdomadaire des techniciens
- Une baisse de 6% sur le salaire hebdomadaire des cadres

Lors de la dernière réunion de travail organisée par l'entreprise, chaque employé, technicien et cadre a reçu un montant de 5 000 FCFA pour le rafraichissement et le transport.

L'immeuble abritant le siège social de cette entreprise est bâti sur 85% d'un terrain ayant la forme d'un rectangle dont les sommets sont les points images sur un cercle trigonométrique (unité : 100 mètres) des solutions dans $]-\pi;\ \pi]$ de l'équation $|cosx| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Le coût de construction de cet immeuble s'élevait à 150 000 FCFA le mètre carré, toutes prestations confondues (gros œuvre et finitions). L'entreprise vient d'être sollicitée pour couvrir une certaine zone dans une nouvelle ville avec des antennes relais coûtant 9 millions l'une et couvrant une superficie de 300 km^2. Les coordonnées de la zone à couvrir dans le repère (unité 1 km) de ladite ville sont données par la relation : $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 612 = 0$.

Tâches :

1) Déterminer le montant total dépensé par l'entreprise a la dernière réunion de travail pour le transport et rafraichissement des employés, des techniciens et des cadres. **1,5pt**

2) Quel montant John a-t-il dépensé pour la construction du siège social de son entreprise ? **1,5pt**

3) Quel budget doit-on prévoir pour l'achat des antennes relais ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

Sujetexa.com