COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	**CONTRÔLE**	Situation n° 2 Date : samedi 21 novembre 2026
Classe : 3ème	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES Durée : 2 h	Coef : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (12,5 points)

I- ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (6,25 points)

Exercice 1 (3,25 points)

On considère les nombres suivants :

$$A = \frac{3 \times \left(3^4\right)^2 \times 5^{-5} \times 2}{\left(2 \times 5^{-4}\right)^2 \times 3^7} \; ; \qquad B = \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3} \; ; \qquad C = 2\sqrt{5} - 6\sqrt{45} + 3\sqrt{20}.$$

1) Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **0,75 pt**
2) Écrire B avec un dénominateur sans radical. **0,75 pt**
3) Écrire C sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier relatif. **0,75 pt**

On considère les intervalles de $\mathbb{R}$: $I =]-2\,;\,4]$ et $J =]-1\,;\,6[$.

4) Traduire à l'aide d'une double inégalité : $x \in I$. **0,5 pt**
5) Déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$. **0,5 pt**

Exercice 2 (3 points)

On pose $D = \left(3\sqrt{5} - 7\right)^2$.

1) Montrer que $D = 94 - 42\sqrt{5}$. **0,75 pt**
2) Comparer 7 et $3\sqrt{5}$, puis en déduire le signe de $3\sqrt{5} - 7$. **0,75 pt**
3) En utilisant les questions 1) et 2), écrire $\sqrt{94 - 42\sqrt{5}}$ sous la forme $a + b\sqrt{5}$, où a et b sont des entiers relatifs. **0,75 pt**
4) Sachant que $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$, donner un encadrement de $3\sqrt{5} - 7$. **0,75 pt**

II- ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (6,25 points)

Exercice 3 (3 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et mes $\widehat{ABC} = 30°$.

On donne : $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$; $\tan 60° = \sqrt{3}$.

1) Énoncer la propriété directe de Pythagore dans un triangle rectangle. **0,5 pt**
2) Faire la figure. **0,25 pt**
3) Calculer la valeur exacte de BC (on écrira le résultat sans radical au dénominateur). **0,5 pt**
4) Calculer la valeur exacte de AC. **0,75 pt**
5) Calculer $\tan \widehat{ACB}$, puis donner en degrés la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$. **1 pt**

sujetexa.com

http://sujetexa.com
Whatsapp : 677007035

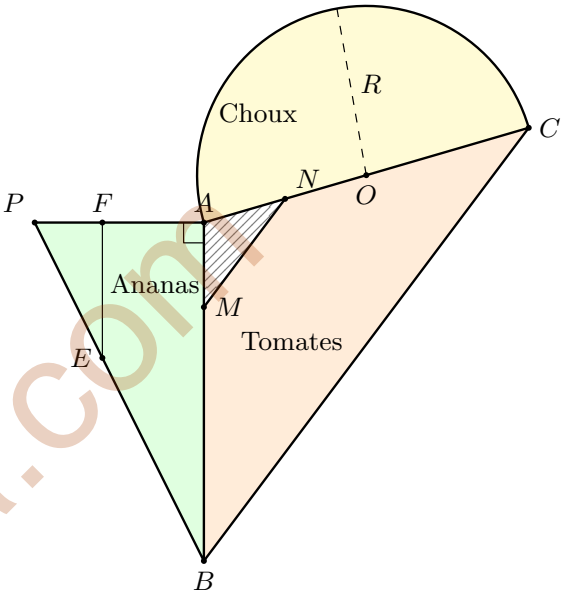
Exercice 4 (3,25 points)

Soit $SABCD$ une pyramide régulière de sommet S, dont la base est le carré $ABCD$ de centre O et de côté 3 cm, et de hauteur $SO = 5$ cm.

1) Calculer le volume V de cette pyramide. **1 pt**
2) On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base ; ce plan coupe $[SO]$ en O' tel que $SO' = 2$ cm.
   a) Déterminer le coefficient de réduction k. **0,5 pt**
   b) Calculer le volume V' de la pyramide réduite. **1 pt**
   c) En déduire le volume du tronc de pyramide. **0,75 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,5 points)

Monsieur MBOUCHE cultive des ananas, des tomates et des choux sur le champ représenté ci-contre. La parcelle PBA, qui est un triangle rectangle en A, est réservée aux ananas. La parcelle $MBCN$, qui a la forme d'un trapèze de hauteur 9 m, est réservée aux tomates. La troisième parcelle, qui a la forme d'un demi-disque de diamètre $[AC]$, de centre O et de rayon R, est réservée aux choux. Pour faciliter le passage entre les parcelles, il a laissé inoccupée la partie AMN.
À la fin des récoltes, on constate qu'il a récolté 5 têtes d'ananas par m², vendues 250 F chacune ; un cageot de tomates par m², vendu 3 500 F ; 3 têtes de choux par m², vendues 300 F chacune. La récolte se fait sur toute la surface de chaque parcelle et toute la production a été vendue. On prendra $\pi = 3{,}14$.



Données : $(MN) \parallel (BC)$; $(EF) \parallel (AB)$; $AM = AN = 5$ m ; $AB = 20$ m ; $BC = 32$ m ; $PF = 4$ m ; $EF = 8$ m.
La partie hachurée AMN est inoccupée.

Tâche 1 : Déterminer la somme perçue par M. MBOUCHE pour la vente des ananas. **2,25 pts**

Tâche 2 : Déterminer la somme perçue par M. MBOUCHE pour la vente des tomates. **2,25 pts**

Tâche 3 : Déterminer la somme perçue par M. MBOUCHE pour la vente des choux. **2,25 pts**

Présentation : 0,75 pt

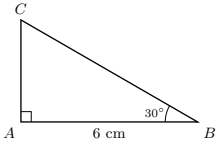
sujetexa.com

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	PROPOSITION DE CORRIGÉ DU CONTRÔLE DU SAMEDI 21 NOVEMBRE 2026	CLASSE DE 3ème Situation n° 2

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (12,5 Points)

Références et Solutions	Barème	Commentaires
A- ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (6,25 Points)		
EXERCICE 1 (3,25 Points)		
1- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.	0,75pt	0,25pt pour l'écriture du numérateur et du dénominateur
$A = \dfrac{3\times(3^4)^2\times5^{-5}\times2}{(2\times5^{-4})^2\times3^7} = \dfrac{2\times3^9\times5^{-5}}{2^2\times5^{-8}\times3^7} = 2^{1-2}\times3^{9-7}\times5^{-5+8} = 2^{-1}\times3^2\times5^3 = \dfrac{9\times125}{2}$, donc $\boldsymbol{A = \dfrac{1\,125}{2}}$.		0,25pt pour $2^{-1}\times3^2\times5^3$ 0,25pt pour la fraction irréductible
2- Écrire B avec un dénominateur sans radical.	0,75pt	0,25pt pour la multiplication par le conjugué
On multiplie le numérateur et le dénominateur par le conjugué $2\sqrt{2}+3$:		0,25pt pour le dénominateur -1
$B = \dfrac{(1-\sqrt{2})(2\sqrt{2}+3)}{(2\sqrt{2})^2-3^2} = \dfrac{2\sqrt{2}+3-4-3\sqrt{2}}{8-9} = \dfrac{-1-\sqrt{2}}{-1}$, donc $\boldsymbol{B = 1+\sqrt{2}}$.		0,25pt pour le résultat
3- Écrire C sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier relatif.	0,75pt	0,25pt pour $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
$C = 2\sqrt{5} - 6\sqrt{9\times5} + 3\sqrt{4\times5} = 2\sqrt{5} - 18\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$, donc $\boldsymbol{C = -10\sqrt{5}}$ ($a = -10$).		0,25pt pour $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 0,25pt pour le résultat
4- Traduire à l'aide d'une double inégalité : $x \in I$.	0,5pt	0,25pt par inégalité correcte (borne exclue -2, borne incluse 4)
$x \in]-2\,;4] \iff \boldsymbol{-2 < x \leq 4}$.		
5- Déterminer $I\cup J$ et $I\cap J$.	0,5pt	0,25pt pour la réunion 0,25pt pour l'intersection
$I =]-2\,;4]$ et $J =]-1\,;6[$, donc $\boldsymbol{I\cup J =]-2\,;6[}$ et $\boldsymbol{I\cap J =]-1\,;4]}$.		Une représentation sur une droite graduée est acceptée comme justification
EXERCICE 2 (3 Points)		
1- Montrer que $D = 94 - 42\sqrt{5}$.	0,75pt	0,5pt pour l'identité remarquable $(a-b)^2$
$D = (3\sqrt{5}-7)^2 = (3\sqrt{5})^2 - 2\times3\sqrt{5}\times7 + 7^2 = 45 - 42\sqrt{5} + 49$, donc $\boldsymbol{D = 94 - 42\sqrt{5}}$.		0,25pt pour le résultat
2- Comparer 7 et $3\sqrt{5}$, puis en déduire le signe de $3\sqrt{5}-7$.	0,75pt	0,5pt pour la comparaison (par les carrés ou toute autre méthode juste)
$7^2 = 49$ et $(3\sqrt{5})^2 = 45$. Ces nombres sont positifs et $49 > 45$, donc $\boldsymbol{7 > 3\sqrt{5}}$.		0,25pt pour le signe
Par conséquent $\boldsymbol{3\sqrt{5} - 7 < 0}$.		

sujetexa.com

Références et Solutions	Barème	Commentaires
3- Écrire $\sqrt{94-42\sqrt{5}}$ sous la forme $a+b\sqrt{5}$. D'après 1), $\sqrt{94-42\sqrt{5}}=\sqrt{\left(3\sqrt{5}-7\right)^2}=\left\|3\sqrt{5}-7\right\|$. D'après 2), $3\sqrt{5}-7<0$, donc $\left\|3\sqrt{5}-7\right\|=-\left(3\sqrt{5}-7\right)$. Ainsi $\boldsymbol{\sqrt{94-42\sqrt{5}}=7-3\sqrt{5}}$ ($a=7$ et $b=-3$).	0,75pt	0,5pt pour $\sqrt{D}=\left\|3\sqrt{5}-7\right\|$ et l'utilisation du signe 0,25pt pour le résultat Réponse $3\sqrt{5}-7$: 0pt pour le résultat
4- Donner un encadrement de $3\sqrt{5}-7$. $2{,}23<\sqrt{5}<2{,}24\Rightarrow 6{,}69<3\sqrt{5}<6{,}72\Rightarrow 6{,}69-7<3\sqrt{5}-7<6{,}72-7$, donc $\boldsymbol{-0{,}31<3\sqrt{5}-7<-0{,}28}$.	0,75pt	0,25pt pour l'encadrement de $3\sqrt{5}$ 0,5pt pour l'encadrement final
B- ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (6,25 Points)		
EXERCICE 3 (3 Points)		
1- Énoncer la propriété directe de Pythagore dans un triangle rectangle. Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. Pour ABC rectangle en A : $BC^2=AB^2+AC^2$.	0,5pt	0,25pt pour l'hypothèse (triangle rectangle) 0,25pt pour la conclusion
2- Faire la figure. 	0,25pt	Figure acceptée si : angle droit en A, $AB=6$ cm et angle de $30°$ en B
3- Calculer la valeur exacte de BC. Dans le triangle ABC rectangle en A : $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{AB}{BC}$, donc $BC=\dfrac{AB}{\cos 30°}=\dfrac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}$, d'où $\boldsymbol{BC=4\sqrt{3}}$ **cm**.	0,5pt	0,25pt pour la relation du cosinus 0,25pt pour $BC=4\sqrt{3}$ cm (sans radical au dénominateur)
4- Calculer la valeur exacte de AC. $\sin\widehat{ABC}=\dfrac{AC}{BC}$, donc $AC=BC\times\sin 30°=4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}$, d'où $\boldsymbol{AC=2\sqrt{3}}$ **cm**. *Autre méthode (Pythagore)* : $AC^2=BC^2-AB^2=48-36=12$, donc $AC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ cm.	0,75pt	0,5pt pour la méthode (sinus ou Pythagore) 0,25pt pour le résultat
5- Calculer $\tan\widehat{ACB}$**, puis donner en degrés la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.** $\tan\widehat{ACB}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{6}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}$, donc **tan** $\boldsymbol{\widehat{ACB}=\sqrt{3}}$. Or $\tan 60°=\sqrt{3}$ et l'angle $\widehat{ACB}$ est aigu, donc mes $\boldsymbol{\widehat{ACB}=60°}$.	1pt	0,25pt pour la formule de la tangente 0,25pt pour $\tan\widehat{ACB}=\sqrt{3}$ 0,5pt pour la mesure $60°$ (accepter $90°-30°$)
EXERCICE 4 (3,25 Points)		
1- Calculer le volume V de cette pyramide. $V=\dfrac{\mathcal{B}\times h}{3}$ avec $\mathcal{B}=3^2=9$ cm^2 et $h=SO=5$ cm, donc $V=\dfrac{9\times 5}{3}$, d'où $\boldsymbol{V=15}$ cm^3.	1pt	0,5pt pour la formule du volume 0,25pt pour l'aire de la base 0,25pt pour le résultat
2-a) Déterminer le coefficient de réduction k. $k=\dfrac{SO'}{SO}=\dfrac{2}{5}$, donc $\boldsymbol{k=\dfrac{2}{5}=0{,}4}$.	0,5pt	0,25pt pour le rapport $\dfrac{SO'}{SO}$ 0,25pt pour le résultat

suietexa.com

Références et Solutions	Barème	Commentaires
2-b) Calculer le volume V' de la pyramide réduite. $V' = k^3 \times V = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 15 = \frac{8}{125} \times 15 = \frac{120}{125}$, donc $\boldsymbol{V' = 0{,}96}$ cm^3.	1pt	0,5pt pour la formule $V' = k^3 \times V$ 0,5pt pour le résultat
2-c) En déduire le volume du tronc de pyramide. $V_{\text{tronc}} = V - V' = 15 - 0{,}96$, donc $\boldsymbol{V_{\text{tronc}} = 14{,}04}$ cm^3.	0,75pt	0,25pt pour $V_{\text{tronc}} = V - V'$ 0,5pt pour le résultat * Toutes autres démarches à apprécier

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,5 Points)

Références et Solutions	Barème	Commentaires
Tâche 1 : Somme perçue pour la vente des ananas. **Calcul de PA :** dans le triangle PAB, $E \in [PB]$, $F \in [PA]$ et $(EF) \parallel (AB)$. D'après la propriété de Thalès : $\frac{PF}{PA} = \frac{EF}{AB}$, soit $\frac{4}{PA} = \frac{8}{20}$, donc $\boldsymbol{PA = 10}$ m. **Aire de la parcelle :** PBA est rectangle en A, donc $\mathcal{A}_1 = \frac{PA \times AB}{2} = \frac{10 \times 20}{2} = \boldsymbol{100}$ m^2. **Somme perçue :** $5 \times 100 = 500$ têtes d'ananas, et $500 \times 250 = $ **125 000 F**.	2,25pts	0,75pt pour $PA = 10$ m (Thalès) 0,75pt pour l'aire 100 m² 0,75pt pour la somme $125\,000$ F
Tâche 2 : Somme perçue pour la vente des tomates. **Calcul de MN :** dans le triangle ABC, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$. D'après la propriété de Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, donc $MN = \frac{5 \times 32}{20} = \boldsymbol{8}$ m. **Aire du trapèze $MBCN$:** $\mathcal{A}_2 = \frac{(MN + BC) \times h}{2} = \frac{(8 + 32) \times 9}{2} = \boldsymbol{180}$ m^2. **Somme perçue :** 180 cageots de tomates, et $180 \times 3\,500 = $ **630 000 F**.	2,25pts	0,75pt pour $MN = 8$ m (Thalès) 0,75pt pour l'aire 180 m² 0,75pt pour la somme $630\,000$ F Accepter l'aire par différence : $192 - 12 = 180$ m²
Tâche 3 : Somme perçue pour la vente des choux. **Calcul de R :** d'après la propriété de Thalès dans le triangle ABC : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, donc $AC = \frac{AN \times AB}{AM} = \frac{5 \times 20}{5} = 20$ m, et $\boldsymbol{R = \frac{AC}{2} = 10}$ m. **Aire du demi-disque :** $\mathcal{A}_3 = \frac{\pi \times R^2}{2} = \frac{3{,}14 \times 10^2}{2} = \boldsymbol{157}$ m^2. **Somme perçue :** $3 \times 157 = 471$ têtes de choux, et $471 \times 300 = $ **141 300 F**.	2,25pts	0,75pt pour $AC = 20$ m et $R = 10$ m 0,75pt pour l'aire 157 m² 0,75pt pour la somme $141\,300$ F
Présentation	0,75pt	Clarté, soin, unités et phrases de conclusion * Toutes autres démarches à apprécier

sujetexa.com