http://sujetexa.com
Whatsapp : 677007035

COLLÈGE François-Xavier VOGT **B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28** **e-mail : collegevogt@yahoo.fr**		**Année scolaire 2026-2027**
Département de Mathématiques	**Contrôle du 21/11/2026**	**Situation 2**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Niveau : PC et PCE **Durée : 2H45min** **coefficient : 6**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (13 points)

EXERCICE 1 : (06 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1 cm). On donne les points $A(-1;2)$, $B(3;0)$ et $C(4;4)$.

1. Pour tout réel θ de $[0;\pi]$, on considère le système de points pondérés $\{(A;1),\ (B;2\cos\theta),\ (C;\cos 2\theta)\}$.

a) Démontrer que, pour tout réel θ, $1+2\cos\theta+\cos 2\theta = 2\cos\theta\,(1+\cos\theta)$. **0,5 pt**

b) En déduire l'ensemble D des réels θ de $[0;\pi]$ pour lesquels ce système admet un barycentre G_θ. **0,5 pt**

c) On pose $\theta = \dfrac{\pi}{3}$. Démontrer que G_θ est le barycentre de $\{(A;2),(B;2),(C;-1)\}$, puis construire G_θ en utilisant le milieu Ω de $[AB]$. **1 pt**

2. On considère les points I, J et K définis par : I est le barycentre de $\{(A;1),(B;2)\}$, J est le barycentre de $\{(B;2),(C;3)\}$ et K est le barycentre de $\{(A;1),(C;-3)\}$. Démontrer que les points I, J et K sont alignés. **1 pt**

3. On note $(\mathscr{E})$ l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=4$.

a) Démontrer que $(\mathscr{E})$ est un cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon, puis en donner une équation cartésienne. **0,75 pt**

b) Démontrer que le point C est extérieur au cercle $(\mathscr{E})$, puis déterminer une équation de chacune des tangentes à $(\mathscr{E})$ passant par C. **1,5 pt**

4. Déterminer et représenter l'ensemble $(\mathscr{F})$ des points M du plan tels que les vecteurs $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$ soient orthogonaux. **0,75 pt**

EXERCICE 2 : (04 points)

À l'approche de la fête de la Jeunesse, une couturière du quartier Mvog-Ada dispose de 10 coupons de pagne de même taille : 3 coupons blancs, 2 coupons noirs et 5 coupons rouges. Pour chaque tenue, elle prend au hasard et simultanément 3 coupons dans un carton fermé.

1. a) Déterminer le nombre de choix possibles de 3 coupons. **0,5 pt**

b) Déterminer le nombre de choix qui contiennent :

i) exactement deux coupons de même couleur ; **0,5 pt**

ii) trois coupons de même couleur (tenues unicolores) ; **0,5 pt**

iii) au moins un coupon blanc. **0,5 pt**

2. On lance simultanément deux dés : un dé cubique dont les faces sont numérotées -3, -2, 0, 1, 2 et 3, et un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées 1, 2, 3 et 4. Un résultat est un couple $(a;b)$, où a est le numéro de la face supérieure du dé cubique et b la somme des numéros des trois faces visibles du dé tétraédrique.

a) Dresser un tableau à double entrée donnant tous les résultats possibles. **0,25 pt**

b) On considère le système (S) : $\begin{cases} ax+y=1 \\ bx+3y=2 \end{cases}$ d'inconnues réelles x et y. Déterminer les résultats $(a;b)$ pour lesquels le système (S) n'admet aucune solution. **0,5 pt**

3. Soit n un entier naturel non nul.

a) Démontrer que, pour tout entier k tel que $1\leqslant k\leqslant n$: $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$. **0,5 pt**

sujetexa.com

b) En utilisant la formule du binôme de Newton, démontrer que $\sum_{k=1}^{n} kC_n^k = n \times 2^{n-1}$. **0,5 pt**

c) En déduire la valeur de $S = C_{10}^1 + 2C_{10}^2 + 3C_{10}^3 + \cdots + 10C_{10}^{10}$. **0,25 pt**

EXERCICE 3 : (03 points)

1. On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : 2x^2 + \left(5\sqrt{2} - 2\right)x + 4 - \sqrt{2} = 0$.

Vérifier que le discriminant de (E) est $\Delta = \left(2 - 3\sqrt{2}\right)^2$, puis résoudre (E). **1 pt**

2. En utilisant la question 1, résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'équation : **1 pt**

$$(E') : 2\sin^2 2x + \left(2 - 5\sqrt{2}\right)\cos 2x + \sqrt{2} - 6 = 0.$$

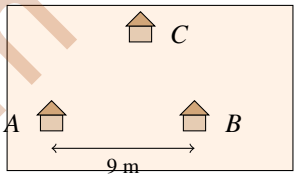
3. Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation : **1 pt**

$$(I) : 2\sin^2 2x + \left(2 - 5\sqrt{2}\right)\cos 2x + \sqrt{2} - 6 \geqslant 0.$$

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (07 points)

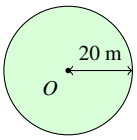
Situation :

La commune de Mbankomo prépare son festival culturel. Sur la place de la chefferie, le chef du village veut aménager une aire de danse circulaire près de trois cases A, B et C, avec $AB = 9$ m. Le bord de l'aire est l'ensemble des points M du sol tels que $\left\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right\|$. Tout le pourtour sera décoré d'une bande de tissu ndop vendue à 3 000 FCFA le mètre ; le chef a prévu 120 000 FCFA pour cette décoration.



Pour organiser le festival, 27 jeunes volontaires de Mbankomo (12 filles, dont KAMS, et 15 garçons) doivent élire un comité de 7 membres occupant 7 postes distincts : président, vice-président, secrétaire, trésorier, chargé de la communication, chargé de la salubrité et chargé des sports. Les volontaires imposent que le comité compte exactement 3 filles, dont KAMS, et que le président soit un garçon. Pour aider à choisir le meilleur comité, un jeune informaticien du village a écrit un programme qui examine toutes les compositions possibles respectant ces règles, à raison d'un million de compositions par minute. Le vote a lieu dans 4 heures.

Pour garer les véhicules des visiteurs, la commune veut acheter une parcelle en forme de trapèze dans le champ circulaire de Mme Atangana, voisin de la chefferie. Ce champ, de centre O et de rayon 20 m, est représenté par le cercle trigonométrique d'un repère orthonormé d'origine O (1 unité représente 20 m). Les sommets de la parcelle sont les points du bord du champ images des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(2\sin x - 1)\left(\cos x - \sqrt{3}\sin x - 1\right) = 0$. Mme Atangana vend le mètre carré à 10 000 FCFA ; la commune dispose de 6 500 000 FCFA pour cet achat.



Tâches :

1. Le budget prévu pour la décoration de l'aire de danse est-il suffisant ? **2,25 pts**

2. Le programme aura-t-il examiné toutes les compositions avant le vote ? **2,25 pts**

3. La commune peut-elle acheter la parcelle avec la somme dont elle dispose ? **2,25 pts**

On prendra $\pi \approx 3{,}14$ *et* $\sqrt{3} \approx 1{,}732$.

Présentation de la copie **0,25 pt**

sujetsx.com