COLLEGE François-Xavier VOGT **B.P. : 765 Ydé – Tél : 222 31 54 28** **E-mail : collegevogt@yahoo.fr**		**Année scolaire 2026-2027**
Département de Mathématiques	**CONTROLE**	**Date : Samedi, 21 novembre 2026**
Classe : TC-TCE	**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**	**Coef : 7 ; Durée : 3h45min**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 :(5 points) les *parties A, B et C sont indépendantes.*

A. 1. Soit la fonction numérique f définie par $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$. Montrer que f admet un prolongement par continuité en 3 et définir ce prolongement F. **(0,5 pt)**

2. Soit la fonction g définie par : $g(x)=\begin{cases} ax-3 \ si \ x<1 \\ -1 \ si \ x=1 \\ \frac{bsin(\pi x)}{x-1} \ si \ x>1 \end{cases}$ Déterminer les réels a et b pour que la fonction g soit continue en $x_0=1$. **(0,5 pt)**

B. On considère la fonction h définie sur $]0;\frac{\pi}{2}[$ par $h(x)=\frac{-1}{sinx}$.

1. Montrer que la fonction h admet une bijection réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. **(0,5 pt)**
2. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de h^{-1} puis déterminer la dérivée de h^{-1}. **(0,75 pt)**

C. Soient les fonctions f et g définies par $g(x)=x^3-3x-4$ et $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{x^2-1}$ sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$.

1. Etudier les variations de g. **(0,75 pt)**
2. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\alpha \in]1;3[$. **(0,75 pt)**
3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **(0,25 pt)**
4. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$, $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$ puis dresser le tableau de variation de f. **(0,75 pt)**
5. Montrer que $f(\alpha)=\frac{\alpha^2+3\alpha+5}{\alpha^2-1}$. **(0,25 pt)**

Exercice 2 :(5 points) les *parties A, B et C sont indépendantes.*

A. Soit $a>0$. Démontrer que : $1+\frac{a}{2\sqrt{1+a}} \leq \sqrt{1+a} \leq 1+\frac{a}{2}$. **(0,75 pt)**

B. Dans le plan orienté, on considère le triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. On désigne par D le symétrique de B par rapport à la droite (AC), par r la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en C et par E est l'image de B par r.

1. Quelle est la nature précise du quadrilatère ABCD ? justifier. **(0,5 pt)**
2. Démontrer que D est le centre de r et démontrer que C est le milieu de [AE]. **(0,5 pt)**
3. A tout point M de [AB] distinct de A et B, on associe le point M' de [CE] tel que AM=CM'. Démontrer que le triangle DMM' est équilatéral. **(0,5 pt)**
4. Soit G l'isobarycentre du triangle DMM' et S la similitude directe plane de centre D qui transforme M en G.
   a. Préciser le rapport et l'angle de S. **(0,5 pt)**
   b. Démontrer que C est l'image de B par S. **(0,25 pt)**

sujetexa.com
http://sujetexa.com
Whatsapp : 677007035

C. Soit $m \in \mathbb{R}_+^*$. Soit la transformation S_m du plan qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ $(x \text{ et } y \text{ des réels})$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que $\begin{cases} x' = mx - my\sqrt{3} + 2 - m \\ y' = mx\sqrt{3} + my + m\sqrt{3} \end{cases}$.

1. Déterminer l'écriture complexe de S_m en fonction de m. **(0,75 pt)**
2. Démontrer que, pour tout $m > 0$, S_m est une similitude directe dont on précisera le rapport k_m, l'angle θ_m et l'affixe ω_m du centre Ω_m centre de la similitude en fonction de m. **(1 pt)**
3. Déterminer la valeur de m pour laquelle S_m est une rotation. **(0,25 pt)**

Exercice 3 :(5 points)

On considère la fonction numérique f, définie par : $f(x) = \begin{cases} (x-1)\sqrt{1-x^2} \ \ si -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 + \sqrt{x^2 - 1} \ \ si\ x < -1 \ ou\ x > 1 \end{cases}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Etudier la continuité de f en -1 et en 1. **(0,5 pt)**
2. Etudier la dérivabilité de f en 1 et à droite en -1 , puis donner une interprétation graphique des résultats. **(1 pt)**
3. Etudier les branches infinies de (C_f) au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. **(1 pt)**
4. Etudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation. **(1,25 pt)**
5. On désigne par g la restriction de f à $]1; +\infty[$. Montrer que la fonction g admet une bijection réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à préciser. **(0,25 pt)**
6. Tracer avec soin, dans le même repère, les courbes des fonctions g^{-1} et f . **(1 pt)**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points).

Monsieur ELONO décide d'aménager la devanture de sa maison en y plantant du gazon. Pour cela, il lui faut du gravier blanc et du gazon. Il se rend à la carrière pour l'achat du gravier blanc. Il constate que le gravier est entreposé dans un bac ayant la forme d'un pavé droit de base un carré de côté a et de hauteur b (a et b en mètres). Les nombres a et b sont des entiers naturels tels que $1 < a < b$ et $2PPCM\ (a; b) + 3PGCD(a; b) = 23$. M. ELONO est impressionné par le bac et désire connaitre sa contenance.

Après avoir acheté le gravier, M. ELONO a en sa possession la somme de 575 000 FCFA, il décide alors d'acheter du gazon pour la devanture de sa maison. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct d'origine O, les sommets de cette devanture sont les points images des solutions dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^8 = 128\sqrt{2}(1 + i)$. Sur ce plan, une unité représente 5m. Le gazon est vendu à 2 000 FCFA le mètre carré et M. ELONO voudrait savoir si la somme qu'il possède sera suffisante.

Le fils de M. ELONO possède une entreprise industrielle spécialisée dans la production de lait, il vend entre 0 et 3 tonnes de lait chaque mois. Son bénéfice (en millions FCFA) est donné par $f(t) = t^3 - t - 1$ où t est la quantité, en tonnes, de lait vendu.

Tâche 1 : Déterminer le volume du pavé où le gravier est entreposé. **(1,5 pt)**

Tâche 2 : Dire si la somme dont dispose M. ELONO sera suffisante. **(1,5 pt)**

Tâche 3 : Déterminer s'il existe une quantité de lait vendu qui rapporte un bénéfice de 6 millions de FCFA, si oui, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près. **(1,5 pt)**

Présentation : (0,5 pt)

sujetsya.com