COLLÈGE F.-X. VOGT		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	CONTRÔLE	Date : 21 Novembre 2026

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Niveau : PD et PTI **Durée : 02 heures 45min** **Coef : 4**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES /15 PTS

Exercice 1 / 3,5 pts

Dans une classe de 80 élèves, on a relevé les données suivantes :

- **Il y a 32 filles parmi lesquelles 24 étudient l'anglais et 12 l'allemand ;**
- **52 élèves étudient l'anglais, 34 étudient l'allemand et 14 étudient les deux langues ;**
- **2 garçons n'étudient aucune de ces deux langues.**

1. **Recopier et compléter le tableau ci-dessous : (1,5pt)**

	Anglais uniquement	Allemand uniquement	Anglais et Allemand	Ni Anglais, ni Allemand	Total
Filles					
Garçons				2	
Total			14		80

2. **On choisit simultanément deux élèves de cette classe pour représenter la classe à un concours. Déterminer le nombre de différents choix possibles comportant autant d'élèves filles que d'élèves étudiant l'anglais. (1pt)**
3. **En fin d'année, chaque élève de cette classe n'aura que deux résultats possibles : admis ou échec. Le préfet des études se chargera de dresser la liste des admis. L'ordre de mérite ne compte pas. Lorsqu'il n'y a aucun admis, la liste porte la mention « NEANT ».**
   A combien de différentes listes possibles peut-on s'attendre dans cette classe en fin d'année ? (1pt)

EXERCICE 2 / 3,5 pts L'unité de mesure d'angle est le radian.

1. **Soit α le réel de l'intervalle $\left]\frac{-\pi}{2}; 0\right[$ tel que $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$**
   a) **Montrer que $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ (0,5pt)**
   b) **Calculer $\cos 2\alpha$ et $\sin 2\alpha$ (1pt)**
   c) **En déduire que $\alpha = -\frac{\pi}{8}$ (0,5pt)**
2. **On pose $A(x) = -\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos x + \sqrt{2+\sqrt{2}}\sin x$**
   a) **Montrer que, pour tout réel x, on a : $A(x) = 2\sin(x - \frac{\pi}{8})$ (0,5pt)**
   b) **Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation (I) : $A(x) < 1$ (1pt)**

EXERCICE 3 / 4 pts L'unité de longueur est le centimètre

ABC est un triangle tel que $AB = 6$; $AC = 5$ et $BC = 7$. On considère les points R, S, T et K tels que : $R = \text{bar}\{(A;1);(B;2)\}$; $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CT} = \frac{4}{7}\overrightarrow{CB}$ et $K = \text{bar}\{(A;1);(B;2);(C;-1)\}$

1. **Construire le triangle ABC et placer les points R, S et T (1pt)**
2. **Écrire S comme barycentre de A et C, puis T comme barycentre de B et C (0,5pt)**
3. **Démontrer que les droites (AT), (BS) et (CR) sont concourantes en un point G. (0,5pt)**
4. **Construire sur la figure précédente le point K (0,5pt)**
5. **Déterminer les coordonnées du point K dans le repère (A, B, C). (0,5pt)**

sujetexa.com

http://sujetexa.com
Whatsapp : 677007035

6. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, puis AK^2 (1pt)

EXERCICE 4 / 4 pts

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système $\begin{cases} x+y+z=-1 \\ x+3y+2z=-8 \\ -3x-2y+3z=5 \end{cases}$ (1pt)

   b) Le plan est muni du repère (O,I,J). On considère les points $A\binom{2}{3}$; $B\binom{6}{2}$; $C\binom{4}{-3}$ et $D\binom{16}{5}$. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $D = bar\{(A,a);(B,b);(C,c)\}$, sachant que $a+b+c=-1$. (1pt)

2. ABC est un triangle et x un nombre réel. On note G_x le barycentre des points pondérés (A,x^2-1), $(B,x+1)$ et $(C,x+1)$. Le point I désigne le milieu de $[BC]$

   a) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles G_x existe (0,5pt)

   Dans la suite, on suppose que $x \neq -1$

   b) Montrer que $\overrightarrow{AG_x} = \frac{2}{x+1}\overrightarrow{AI}$ (0,5pt)

   c) Déterminer x pour que G_x soit le centre de gravité du triangle ABC (0,5pt)

   d) Déterminer x pour que G_x appartienne au segment [AI] (0,5pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 pts

L'ingénieur NNA doit se rendre à Buea pour superviser deux projets sur deux sites A et B.

Au site A, le projet consiste à construire pour une entreprise agricole une clôture en béton armé. Un mètre de béton le long du sol coûte 50000 FCFA. La clôture sera construite suivant l'ensemble des points M du plan du sol tels que :

$\|\overrightarrow{MP}+3\overrightarrow{MQ}\| = \|\overrightarrow{MP}-\overrightarrow{MQ}\|$ **, où P et Q sont deux points du site tels que** $PQ = 40m$

Le projet du site B consiste à bâtir une piscine de $2\,m$ **de profondeur pour un hôtel. L'espace choisi pour le projet est circulaire, de rayon** $10\,m$**. La piscine doit avoir la forme d'un pavé droit dont la face supérieure est un rectangle ayant pour sommets les images des solutions dans l'intervalle** $]-\pi;\pi]$ **de l'équation** $1-4\cos^2 x = 0$ **sur le cercle bordant l'espace, assimilé au cercle trigonométrique (**x **en rad).**

Pendant son séjour à Buea, NNA devra se rendre 1 jour sur 2 sur le site A ; 3 jours sur 5 sur le site B ; 1 jour sur 6 sur les deux sites ; et le reste de temps, il n'aura que 4 jours de repos. Pour sa prise en charge, il dépensera 50000 FCFA chaque jour de travail et 25000 FCFA chaque jour de repos. Il ne dispose en tout que de 2 925 000 FCFA et se demande si cette somme pourra couvrir sa prise en charge pendant tout son séjour à Buea.

1. Déterminer le coût total du béton nécessaire pour la clôture à construire au site A (1,5pt)
2. Déterminer, en litres, le volume d'eau qui sera nécessaire pour remplir la piscine à construire au site B. (1,5pt)
3. La somme d'argent dont dispose NNA suffira-t-elle pour couvrir sa prise en charge durant tout son séjour à Buea ? (1,5pt)

Présentation / 0,5pt

sujetexa.com