



COLLÈGE D'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE BILINGUE

Devoir surveillé n°1 2026/2027

DISCIPLINE

MATHEMATIQUES

Classe

T^{le} D

Durée

3h00

Examineur

Département

Partie A : évaluation des ressources (15pts)

Exercice 1 : (Complexes)

5pts

1. Sans calculer donne une relation entre z et r . On donne $Z = \frac{1-i}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i}$ et $r = \frac{1+i}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i}$. 0.5pt
2. On considère les nombres complexes suivant $\alpha = 6 + 18i$; $\beta = 12 - 24i$ et $\gamma = -6i$ et on définit dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(z) = -3iz^3 + (-3 + 3i)z^2 + (-12 + 24i)z - 84 - 12i$.
 - a) Donne les écritures sous forme algébrique des nombres complexes $\frac{\alpha}{\beta}$ et $\frac{\beta}{\gamma}$. 0.5pt
 - b) Démontre que P admet une racine imaginaire pur que l'on notera z_0 . 0.75pt
 - c) Détermine les nombres complexes a , b et c tel que $P(z) = (z + 2i)(az^2 + bz + c)$. 1pt
3. a) Détermine les racines carrées du nombre complexe $Z = -432 - 126i$. 0.75pt
 - b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $-3iz^2 + (-9 + 3i)z - 6 + 42i = 0$. 0.75pt
 - c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0.75pt

Exercice 2: (Limites)

5pts

1. Calcule les limites suivantes : 0,75pt+0,75pt+0,75pt

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 5} - x); \quad B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x + 1}}{x - 1}; \quad C = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{-\sin^2 x}{\cos x - 1}.$$

2. Soit la fonction numérique g définie par $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} & \text{si } x > 2 \\ ax + \frac{1}{4}b & \text{si } x \leq 2 \\ g(0) = 1 \end{cases}$

- a) Montre que le réel $b = 4$ si la fonction g est continue en $x_0 = 2$. 1,5pt
- b) Déduis la valeur du réel a . 0.5pt

3. Calcule la limite de la fonction h en $+\infty$ si $\left| h(x) - \frac{1}{5} \right| \leq \frac{2x^2}{x^3 - 1}$ pour tout $x > 2$. 0,75pt

Exercice 3 : (Fonctions)

5pts

1. On donne la fonction g définie par $g(x) = x\sqrt{x^2 + 1} - 1$ sur $\mathbb{R}$.
 - a) Calcule les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. 0.5pt+0.25pt
 - b) Justifie que la dérivée g' de g est la fonction $g'(x) = \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$. 0.75pt
 - c) Dresse le tableau de variation de la fonction g . 0.5pt
2. a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0,7; 0,8[$. 0.75pt
 - b) Donne le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . 0.5pt
3. Soit la fonction g définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \sqrt{x^2 + 1}$ sur $\mathbb{R}$.
 - a) Justifie que dérivée f' de f est la fonction $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$. 0.75pt

b) Dresse le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

1pt

Partie B : évaluation des compétences (4,5pts)

M wologi ancien joueur de **Bamboutos football club de Mbouda**, dans le souci de préparer sa retraite, décide de se lancer dans l'élevage des porcs et la culture des pommes de terres.

Pour ce fait il décide de louer deux parcelles chez son ami qui en dispose dans la zone de **Mboko** afin de lancer les travaux d'aménagement de ces sites.

Les parcelles sont localisées dans un repère orthonormé (O, I, J) à unité graphique $\sqrt{10}$ mètres et loué à 500 FCFA le mètre carré.

Situation 1

La parcelle prévue pour l'élevage à la forme d'un rectangle dont les dimensions sont la partie réelle et imaginaire de la solution z de l'équation : $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 4 - 6i$

avec $z = p + ib$.

Tache : détermine le prix de location de la parcelle d'élevage.

1.5pt

Situation 2

La parcelle prévue pour la culture des pommes de terres à la forme d'un carré donc la longueur d'un côté est $r = 10 \times |z \times z'|$ ou z et z' sont solution du système

$$\begin{cases} (1 + i)z - iz' = 2 + i \\ (2 + i)\bar{z} + (2 - i)\bar{z}' = 7 - 4i \end{cases}$$

Tache : détermine le prix de location t de la parcelle de culture .

1.5pt

Situation 3

Pour solder la location de ses parcelles **M wologi** se rend au guichet de la banque la plus proche afin de procéder à un retrait mais à l'arrivée, il se rend compte qu'il a oublié le dernier chiffre de son compte bancaire mais ce souvenir que ce chiffre est la valeur absolue du réel b tel que la droite d'équation $y = ax + b$ soit asymptote oblique à la courbe de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$.

Tache : détermine la valeur du réel b .

1.5pt

Présentation : 0.5pt