



PARTIE A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES (14pts)

EXERCICE 1 (0,5x4pts)

Écrire le **numéro** de la **question** suivie de la **lettre** de la **bonne réponse**

- 1) Si $z = \frac{1}{1-i\tan(\frac{\pi}{8})}$ alors a) $|z| = \cos \frac{\pi}{8}$ et $\arg z = \frac{\pi}{8}$; b) $|z| = \sin \frac{\pi}{8}$ et $\arg z = \frac{\pi}{8}$; c) $|z| = \tan \frac{\pi}{8}$ et $\arg z = \frac{\pi}{8}$
- 2) Si $z = \frac{(1-i)^{10}}{(1+i\sqrt{3})^4}$ alors a) $z = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$; b) $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$; c) $z = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$; d) $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
- 3) Soit l'équation $(1+i)z^2 - (1+i\sqrt{3})z + \sqrt{3} + i = 0$. On désigne par z_1 et z_2 les solutions et $T = z_1 \times z_2$
Alors a) $|T| = \sqrt{2}$ et $\arg(T) = -\frac{\pi}{12}$; b) $|T| = 2$ et $\arg(T) = \frac{\pi}{12}$; c) $|z| = \sqrt{2}$ et $\arg(T) = \frac{\pi}{12}$
- 4) Dans $\mathbb{C}$ si $z = \left(\frac{2025-2026i}{2026+2025i}\right)^{2027}$ alors a) $z=1$; b) $z=-1$; c) $z=-i$; d) $z=i$; e) $z=2025$; f) $z=2026$

EXERCICE 2 (EXTRAIT BACC « D » 2002) (3pts)

On considère les nombres complexes $z_1 = 3\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $z_2 = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

1. (a) Mettre sous forme trigonométrique les trois nombres complexes z_1 ; z_2 et $z = \frac{z_1}{z_2}$ 1,5pt
(b) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, z^{12n} est un réel. 0,5pt
2. (a) Donner la forme algébrique de z 0,5pt
(b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. 0,5pt

EXERCICE 3 (5,5pts)

- 1- On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P défini par : $P(z) = (z-2i)[(z+1)^2 - (2+i)^2]$
a- Déterminer deux nombres complexes p et q tels que $P(z) = z^3 - pz^2 - (2+8i)z - q$ 1pt
b- Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 1pt
- 2- Le plan complexe un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ 1 unité = 2cm. On désigne les points A, B et C les points d'affixes respectives $a = 2i$; $b = 1+i$ et $c = -3-i$. K est le milieu de $[BC]$ et (Ψ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $(\Psi) : 2|z+1| = |-4-2i|$.
a- Affixe du centre K . 0,25pt
b- Montrer que les points A ; B et C appartiennent (Ψ) 0,75pt
c- Montrer que $\overline{(b-m)}(c-m) \in i\mathbb{R}$. 0,5pt
d- Déduire la Nature exacte du triangle ABC puis calculer sa surface. 0,5pt
- 3- Déduire de ce qui précède que (Ψ) est un cercle de centre K dont on déterminera le rayon. 0,5pt
- 4- Placer les points A ; B ; C et K puis tracer (Ψ) dans le plan complexe $(O, \vec{u}, \vec{v})$ 1pt

EXERCICE 4: (3,5pts)

On pose $T = \sqrt{3} + 2 + i$

- 1- Montrer que $T = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) \overline{T}$ puis déduire l'argument de T . 1pt
- 2- Déterminer module de T et mettre T sous la forme trigonométrique. 1pt
- 3- Déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. 1pt
- 4- Montre que : $T^6 = i\left(2\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^6$. 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATIONS DES COMPÉTENCES (6pts)

M. Maxwell possède 2 terrain l'une pour la plantation de Cacao l'autre pour le coton.

- ★ S'agissant pour la plantation de Cacao, le terrain à la forme rectangulaire dont les dimensions sont: largeur $\ell = 15|p|\sqrt{2}$ et longueur $L = 20|q|\sqrt{6}$ ou p et q sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(E_I): z^2 - (1+i)(\sqrt{3}-i)z + 2\sqrt{3} = 0$ tels que $\text{Im}(p) < 0$ et $\sqrt{\Delta} = (\sqrt{3}-1) + i(\sqrt{3}+1)$. Pour lutter contre la divagation des animaux dans son champ ; décide de sécuriser avec de fil barbelé en faisant 4 rangées laissant une porte de 2m. Le fil barbelé coûte 2500F/m.
- ★ S'agissant du champ de coton de forme d'un carré de côté en décimètres est $C = 3\text{Ré}(z^2)$ avec z solution de l'équation (E_I) du 1^{er} degré dans $\mathbb{C}$ tels que $(E_I): (1+i)z + 2i - 2\sqrt{3} = 2(1+i\sqrt{3})$. Maxwell fait appel à un ouvrier pour les récoltes ce dernier lui propose le tarif de 5000 FCFA/100m².

M. Maxwell décide de d'aménager la piscine dans sa maison la forme de la piscine vérifie l'ensemble des point M du plan complexe vérifiant l'équation $(E_{II}): z\bar{z} + (2-i)\bar{z} + (2+i)z - 4 = 0$ le technicien chargé du travail lui demande une somme de 8435 FCFA/m²

- | | |
|---|------|
| <u>Tâche 1</u> : Combien dépensera M Maxwell pour la clôture de ce plantation ? | 2pts |
| <u>Tâche 2</u> : Déterminer le budget nécessaire pour les récoltes du coton. | 2pts |
| <u>Tâche 3</u> : Combien le technicien percevra-t-il de Maxwell pour l'aménagement de la piscine? | 2pts |