

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN <i>Paix – Travail – Patrie</i> LYCÉE BILINGUE D'EMANA	DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES <i>Année scolaire : 2026-2027</i>	Classe : Première C Durée : 3 h Coefficient : 6
Examineur : M. KADIROU HUSSEIN (PLEG)		Note : / 20

La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

(15) points

EXERCICE 1 : (04,00 points)

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes $(S_1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$ et $(S_2) \begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ x + y = 1 \end{cases}$. (1,25pt)
- 2) On considère un polynôme P de degré 3 à coefficients réels tel que $\begin{cases} P(0) = 0 \\ P(x+1) - P(x) = x^2 \end{cases}$;
 - a) Calculer $P(1)$ et $P(-1)$. (0,25pt)
 - b) En supposant que $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$; déterminer les réels a et b . (0,75pt)
 - c) Dédire de ce qui précède, l'expression en fonction de l'entier naturel n de la somme : $S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + n^2$. (0,75pt)
- 3) Soit m un paramètre réel. On considère l'équation $(E_m) : x^2 + 6x + 5 - 2m = 0$. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E_m) admet deux solutions négatives. (1pt)

EXERCICE 2 : (04,00 points)

- 1) On donne dans le plan le cercle (C) et la droite (D_m) d'équations respectives $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ et $2x + y - m = 0$.
 - a) Déterminer les coordonnées du centre A et la valeur du rayon de ce cercle. (0,5pt)
 - b) Déterminer en fonction de m la distance de A à (D_m) . (0,25pt)
 - c) En déduire pour quelles valeurs de m , (D_m) est tangent à (C) . (0,25pt)
 - d) Ecrire une équation normal de la droite (D_{10}) . (0,25pt)
- 2) On considère l'ensemble (Σ) des points $M(x; y)$ tels que $\begin{cases} x = 4 + 5 \cos(\beta) \\ y = -1 + 5 \sin(\beta) \end{cases} \quad (\beta \in \mathbb{R})$;
 - a) Démontrer que (Σ) est cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon r . (0,5pt)
 - b) Montrer (Σ) a pour équation cartésienne $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 8 = 0$. (0,5pt)
 - c) Vérifier que le point $M_0(-1; -1)$ appartient à (Σ) puis écrire de deux manières différentes une équation de la tangente (T) en (Σ) au point M_0 . (1pt)
- 3) Soient (D_1) et (D_2) les droites d'équations respectives :

$$3x - 4y + 6 = 0 \quad \text{et} \quad -6x + 8y + 9 = 0$$

- a) Déterminer une équation paramétrique du cercle tangent à ces deux droites et dont le centre a une ordonnée nulle. (0,75pt)

EXERCICE 3 : (04,00 points)

- 1) En utilisant les formules d'addition, sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ calculer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. (0,5pt)
- 2) En utilisant les formules de duplication, montrer que $\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$. (0,75pt)
- 3) En utilisant les formules de linéarisation, donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. (0,25pt)
- 4) On considère l'expression $A = 2\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right) \right)$;

- a) sachant que $\frac{6\pi}{7} = \pi - \frac{\pi}{7}$, montrer que $\sin\left(\frac{6\pi}{7}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$. (0,25pt)
- b) En utilisant les formules de transformation, montrer que $A = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$. (0,75pt)
- c) Dédurre que $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right) = \frac{1}{2}$. (0,25pt)
- 5) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + 2x - 1 = 0$. (0,5pt)
- b) sachant que $\tan(2x) = \frac{2\tan(x)}{1 - \tan^2 x}$, montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ est solution de l'équation (E). (0,5pt)
- c) Dédurre la valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. (0,25pt)

EXERCICE 4 : (03,00 points)

- 1) On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_m) : x^2 + 6x + 5 + m^2 = 0$;
- a) Montrer que le discriminant en fonction de m est $\Delta_m = 4(4 - m^2)$. (0,25pt)
- b) Dresser le tableau signe de Δ_m . (0,25pt)
- c) Déterminer suivant les valeurs de m les solutions de l'équation (E_m) . (0,5pt)
- 2) On considère le polynôme $p(x) = 2x^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6}$.
- a) Montrer que $14 - 4\sqrt{6} = (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$. (0,25pt)
- b) Montrer que le discriminant du polynôme p est $\Delta = 14 - 4\sqrt{6}$ et déduire que p admet deux racines distinctes. (0,25pt)
- c) Dédurre dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $p(x) = 0$. (0,25pt)
- 3) On considère le polynôme $q(x) = 2x^3 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2)x^2 + (2\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{6})x - \sqrt{6}$;
- a) Montrer que 1 est racine du polynôme $q(x)$. (0,25pt)
- b) Montrer que $q(x) = (x - 1)p(x)$. (0,25pt)
- c) Dédurre dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $q(x) = 0$. (0,25pt)
- d) Déterminer l'ensemble solution de l'inéquation $q(x) \leq 0$. (0,5pt)

EXERCICE : (points)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

(05 points)

Situation :

Mr NGANSO possède un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle d'aire $750 m^2$ dont le plus long côté mesure $65m$. Afin de protéger ce terrain des intrusions de bêtes, il décide de l'entourer d'une triple rangée de fil barbelé qui coûte 1750 F le mètre. Il dépose pour ce travail un montant de 800 000F.

Sur ce terrain, son projet est de construire un magasin rectangulaire et il aimerait cimenter le sol. Le technicien lui demande de payer 1500 F le mètre carré. Seulement, il a oublié les dimensions du magasin et se rappelle néanmoins que la longueur et la largeur dont les valeurs de m pour lesquelles la droite (D) : $x + y + 7 - m = 0$ et le cercle d'équation (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$ soient tangents.

Il a prévu un montant de 95000 F pour cimenter ce sol.

Il souhaite entourer ce magasin avec deux rangées de fils barbelés dont n mètres coûtent 7 650 FCFA ; n étant solution de l'équation $4 + \sqrt{n - 2} = n$

TACHES :

- Le montant dont dispose Mr NGANSO lui permettra d'entourer son champ de forme triangulaire? (1,5pt)
- Le montant dont dispose Mr NGANSO lui permettra de cimenter le sol de son magasin? (1,5pt)
- Quel montant faudra-t-il à Mr NGANSO pour clôturer son magasin? (1,5pt)

Présentation : 0,5pt

« Ce n'est pas assez d'avoir l'esprit bon, mais le principal est de l'appliquer bien. »

— René Descartes