

Nom et prénom(s) : Note : / 20

La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte dans l'évaluation.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15 points

EXERCICE 1 Systèmes, polynômes et équation paramétrée

04 points

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes $(S_1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ xy = -8 \end{cases}$ et $(S_2) \begin{cases} x^3 + y^3 = 26 \\ x + y = 2 \end{cases}$ **(1,25 pt)**
- 2) On considère un polynôme P de degré 3, à coefficients réels, tel que $P(0) = 0$ et, pour tout réel x , $P(x+1) - P(x) = x^2$.
 - a) Calculer $P(1)$ et $P(-1)$. **(0,25 pt)**
 - b) On suppose que $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$; déterminer les réels a et b . **(0,75 pt)**
 - c) En déduire, en fonction de l'entier naturel non nul n , la somme $S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. **(0,75 pt)**
- 3) Soit m un paramètre réel. On considère l'équation $(E_m) : x^2 + 4x + 3 - 2m = 0$. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E_m) admet deux solutions négatives. **(1 pt)**

EXERCICE 2 Géométrie analytique du plan : droites et cercles

04 points

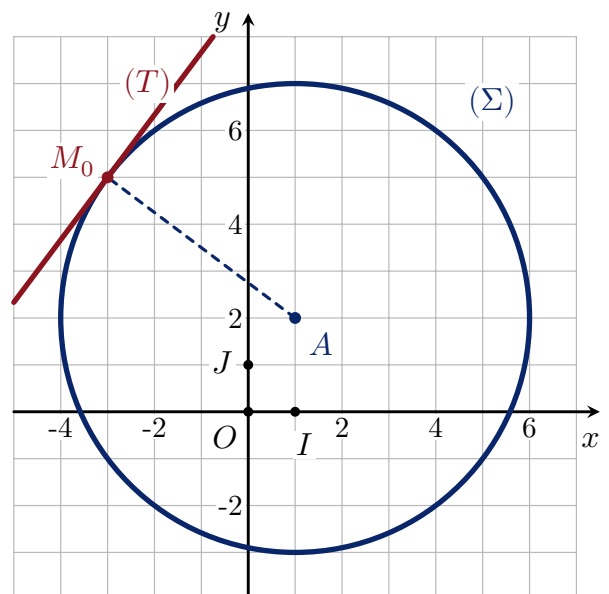
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$.

La figure ci-contre représente l'ensemble (Σ) des points

$M(x; y)$ tels que $\begin{cases} x = 1 + 5 \cos \beta \\ y = 2 + 5 \sin \beta \end{cases}$ ($\beta \in \mathbb{R}$), ainsi que

le point $M_0(-3; 5)$ et la droite (T) .

- 1) a) Démontrer que (Σ) est un cercle dont on précisera le centre A et le rayon r . **(0,5 pt)**
- b) Montrer que (Σ) a pour équation cartésienne $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. **(0,5 pt)**
- c) Vérifier que $M_0 \in (\Sigma)$, puis écrire de **deux manières différentes** une équation de la tangente (T) à (Σ) en M_0 . **(1 pt)**



- 2) Soit m un réel et (D_m) la droite d'équation $3x + 4y - m = 0$.
 - a) Exprimer en fonction de m la distance de A à la droite (D_m) . **(0,25 pt)**
 - b) En déduire les valeurs de m pour lesquelles (D_m) est tangente à (Σ) . **(0,5 pt)**
 - c) Écrire une équation normale de (D_{36}) , puis en déduire la distance de O à (D_{36}) . **(0,5 pt)**
- 3) On donne les droites $(\Delta_1) : 3x - 4y + 7 = 0$ et $(\Delta_2) : 3x - 4y - 13 = 0$. Déterminer une représentation paramétrique du cercle tangent à (Δ_1) et à (Δ_2) dont le centre est situé sur l'axe des abscisses. **(0,75 pt)**

EXERCICE 3 Polynôme de degré 3, équations et inéquations irrationnelles**04 points**

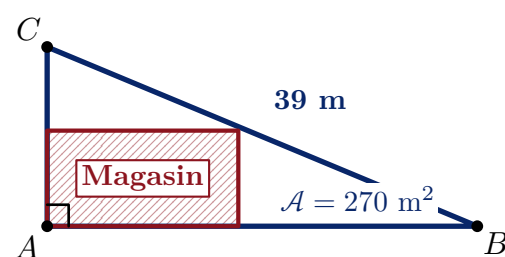
- 1) On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.
 - a) Vérifier que 3 est une racine de P . (0,25 pt)
 - b) Déterminer les réels a , b et c tels que $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$. (0,5 pt)
 - c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (0,5 pt)
 - d) Dresser le tableau de signes de $P(x)$, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \leq 0$. (0,75 pt)
- 2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : \sqrt{7 - 6x} = 2x + 1$. (0,75 pt)
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I) : \sqrt{7 - 6x} \leq 2x + 1$. (0,75 pt)
- c) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $\sqrt{7 - 6x} > 2x + 1$. (0,5 pt)

EXERCICE 4 Systèmes d'équations linéaires**03 points**

- 1) Soit m un paramètre réel. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S_m) \begin{cases} x + 2y = m \\ 3x - y = 2m + 1 \end{cases}$ (1 pt)
- 2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la solution $(x; y)$ de (S_m) vérifie $x > 0$ et $y < 0$. (0,5 pt)
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, par la méthode du pivot de Gauss, le système $(S) \begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - y + z = 8 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$ (1,5 pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES**05 points**

Situation : Monsieur TCHOUAKEU, planteur à Mbouda, possède un terrain en forme de triangle rectangle, d'aire 270 m^2 , dont le plus grand côté mesure 39 m. Pour le protéger contre les intrusions d'animaux, il décide de l'entourer de **trois rangées** de fil barbelé vendu à 1 500 F le mètre, et réserve pour ce travail la somme de 410 000 F.

*Schéma non à l'échelle*

Sur ce terrain, il construit un magasin rectangulaire dont il veut cimenter le sol à raison de 1 200 F le mètre carré ; il a prévu 150 000 F pour ce travail. Ayant oublié les dimensions du magasin, il se rappelle seulement que, dans un repère orthonormé d'unité le mètre, la longueur L et la largeur ℓ ($L > \ell$) sont les deux valeurs du paramètre m pour lesquelles la droite $(D_m) : x + y - m = 0$ est tangente au cercle $(C) : x^2 + y^2 - 8x - 16y + 72 = 0$.

Il souhaite enfin entourer ce magasin de **deux rangées** de fil barbelé dont n mètres coûtent 7 500 F, où n est la solution de l'équation $\sqrt{n + 10} = n - 2$.

Tâches :

- 1) Avec la somme réservée, M. TCHOUAKEU pourra-t-il entourer son terrain ? (1,5 pt)
 - 2) La somme prévue lui permettra-t-elle de cimenter le sol de son magasin ? (1,5 pt)
 - 3) Quel montant doit-il prévoir pour entourer son magasin ? (1,5 pt)
- Présentation de la copie :** (0,5 pt)