



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Cette épreuve étalée sur deux pages, est constituée de deux exercices et un problème tous indépendants.
La clarté et la lisibilité de la copie seront prises en compte dans l'évaluation du candidat

Exercice 1 :

5 points

Recopie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Aucune justification n'est demandée.

1. La forme canonique du polynôme du second degré $P(x) = \sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}$ est : 0,5 pt

- a) $\sqrt{2}(x-1)^2 - 2\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}(x-\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}(x-1)^2 - \sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}(x-1)^2 - 2$

2. L'équation du second degré $\sqrt{3}x^2 - 4\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} = 0$ a pour ensemble solution : 0,5 pt

- a) $\{6 - 3\sqrt{2}; 6 + 3\sqrt{2}\}$ b) $\{2 - \sqrt{6}; 2 + \sqrt{6}\}$ c) $\{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$ d) $\{4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2}\}$

3. La forme factorisée du polynôme du second degré $Q(x) = -3x^2 + 5x - 2$ est : 0,5 pt

- a) $(x - \frac{3}{2})(x - 1)$ b) $(x - 3)(x - 1)$ c) $-3(x - \frac{2}{3})(x - 1)$ d) $-3(x - 2)(x - 1)$

4. Un agriculteur dispose d'un terrain rectangulaire dont la longueur dépasse la largeur de 5m.

L'aire de ce terrain est de $84m^2$. Les dimensions de ce terrain sont : 0,5 pt

- a) $L = 7m; l = 12m$ b) $L = -12m; l = 7m$ c) $L = -12m; l = -7m$ d) $L = 12m; l = 7m$

5. L'inéquation du second degré $\sqrt{x^2 - 4} \leq x - 1$ a pour ensemble solution : 0,5 pt

- a) $[\frac{5}{2}; +\infty[$ b) $[2; \frac{5}{2}]$ c) $] -\infty; \frac{5}{2}]$ d) $] -\infty; +\infty[$

6. Le déterminant du système d'équations $\begin{cases} 4x - 7y = 8 \\ -8x + 14y = 5 \end{cases}$ est : 0,5 pt

- a) $\Delta_s > 0$ b) $\Delta_s < 0$ c) $\Delta_s = 0$ d) aucune réponse n'est juste

7. Le système d'équations $\begin{cases} x + y + z = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ x - y + z = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ x + y - z = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} \end{cases}$ a pour ensemble solution : 0,5 pt

- a) $(-1; \sqrt{2}; \sqrt{3})$ b) $(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$ c) $(1; \sqrt{2}; \sqrt{3})$ d) $(1; \sqrt{2}; -\sqrt{3})$

8. Les éléments caractéristiques du cercle $(\Gamma) : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$ sont : 0,5 pt

- a) $\Omega(\frac{6}{-2})$ et $R = -2$ b) $\Omega(\frac{6}{6})$ et $R = -2$ c) $\Omega(\frac{3}{1})$ et $R = 2$ d) $\Omega(\frac{-3}{1})$ et $R = 2$

9. L'équation réduite de la droite (D) passant par les points A $(\frac{2}{3})$ et B $(\frac{8}{6})$ est : 0,5 pt

a) $y = \frac{1}{2}x + 2$ b) $y = x + 1$ c) $y = -2x + 7$ d) $y = -\frac{1}{2}x - 4$

10. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, 3)$. La relation vectorielle qui lie les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AB}$ est : 0,5 pt

a) $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ c) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercice 2 : 5 points

On considère les polynômes du second degré suivants : $P(x) = -x^3 + 7x + 6$ et $Q(x) = -x^2 + 2x + 3$

1. Ecrire $Q(x)$ sous la forme canonique et en déduire la résolution de l'équation $Q(x) = 0$ 1 pt
2. a) Vérifier que $P(-2) = 0$ et conclure 0,5 pt
 b) Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que : $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$ 1 pt
3. a) Montrer que $P(x) = (x + 2)Q(x)$ 0,5 pt
 b) En déduire la résolution de l'équation $P(x) = 0$ 0,75 pt
4. a) Etudier le signe de $P(x)$ 0,75 pt
 b) En déduire la résolution de l'équation $P(x) \leq 0$ 0,5 pt

PROBLEME : 10 points

Partie A : 4,5 points

Dans le cadre de la modernisation des infrastructures du Lycée Technique de Meiganga, l'administration souhaite sécuriser et réaménager la zone abritant l'atelier de fabrication mécanique et ses environs. Pour planifier les travaux, le chef des travaux a réalisé un plan schématique de la zone dans un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ du plan. L'unité choisie sur les axes est le mètre. Sur ce plan : La porte d'entrée principale de l'atelier est située au point $A(1; 2)$, le nouveau magasin de stockage est situé au point $B(4; 6)$, une ancienne canalisation souterraine suit une ligne droite $(D) : 4x + 3y - 10 = 0$, une cuve d'eau anti-incendie de forme circulaire (C) est implantée sur le site, avec pour centre le point $I(3; 2)$ et passant par le point $A(1; 2)$. Afin d'éviter tout incident lors du creusement des tranchées, le géomètre commis sur le projet doit résoudre les quatre énigmes géométriques suivantes :

1. Calculer la distance exacte séparant la porte d'entrée principale $A(1; 2)$ du nouveau magasin de stockage $B(4; 6)$ pour évaluer la longueur de câble électrique nécessaire. 0,5 pt
2. Déterminer l'équation cartésienne du cercle (Γ) représentant la zone de sécurité de la cuve d'eau. 1,5 pt
3. Le bureau du surveillant général est repéré par un point $P(7; 1)$ sur le plan. Calculer la distance séparant le bureau P de la canalisation souterraine 1 pt
4. Un portail de secours $M_0(5; 4)$ est prévu sur le périmètre circulaire de la cuve (C) , déterminer l'équation de la tangente (T) à ce cercle au point M_0 et Sachant que ce portail a pour coordonnées $(M_0$ appartient bien au cercle) 1,5 pt

Pour relier le bloc administratif à l'atelier de fabrication mécanique du Lycée Technique de Meiganga, l'administration souhaite installer un pylône de raccordement intermédiaire. Sur le plan du site, rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité étant le mètre) : le bloc administratif est représenté par le point $A(1; 3)$, l'atelier de fabrication est représenté par le point $B(5; -1)$. Le technicien supérieur en charge du projet doit positionner ce pylône stratégique en utilisant la notion de barycentre de deux points pondérés pour tenir compte des contraintes de charge des équipements électriques. Le technicien modélise l'emplacement du pylône G comme étant le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et (B, m) , où m est un paramètre réel lié à la puissance absorbée par l'atelier.

1. Enoncer la condition mathématique pour qu'un tel barycentre G de deux points pondérés existe **0,5 pt**
2. Pour quelle valeur exacte du paramètre m le barycentre G n'existe-t-il pas ? **0,5 pt**
3. On suppose désormais que $m = 3$, justifier l'existence du barycentre G de ce système de deux points pondérés $\{(A, 2), (B, 3)\}$ **0,5 pt**
4. Déterminer les coordonnées (x_G, y_G) de ce barycentre G dans le repère $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ **1 pt**
5. Pour des raisons de normalisation internationale des unités de charge, le chef de projet décide de multiplier les coefficients de pondération initiaux par un facteur multiplicatif $\alpha = -4$ (le système devient le barycentre de $(A, 2\alpha)$ et $(B, 3\alpha)$).
 - a) En appliquant la propriété d'homogénéité du barycentre de deux points pondérés, déduisez-en la position du nouveau barycentre G' ainsi obtenu. **1 pt**
 - b) Le technicien doit-il modifier l'emplacement physique du pylône ? **0,5 pt**
6. Pour placer un boîtier de contrôle situé exactement à équidistance et subissant les mêmes influences de part et d'autre, le technicien cherche l'isobarycentre I des points A et B
 - a) Définissez ce qu'est l'isobarycentre de deux points pondérés **0,5 pt**
 - b) Déterminer les coordonnées de cet isobarycentre I et préciser la transformation géométrique simple associée à cette notion. **1 pt**

« J'ai exaucé ceux qui ne demandaient rien, Je me suis laissé trouver par ceux qui ne me cherchaient pas; j'ai dit : Me voici, me voici! A une nation qui ne s'appelaït pas de mon nom ».