

SESSION INTENSIVE D'OCTOBRE 2026 - MATHEMATIQUES

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : 5pts

1. p et q sont deux propositions. Donner la négation et la contraposée des propositions suivantes

i. $p \Rightarrow \bar{q}$ ii. Si la cloche ne sonne pas alors aucun élève ne sort. **1pt**

2. En supposant que : $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$, démontrer que : $\frac{5}{5-\sqrt{20}} \notin \mathbb{Q}$. **0,5pt**

3. Ecrire le nombre $A = 0,8 \times 10^7 + 5 \times 10^5 - 2,32 \times 10^7$ en notation scientifique. **0,5pt**

4. On considère le nombre réel : $x = 125,0237373737\dots$ Montrer que, $x \in \mathbb{Q}$. **0,5pt**

5. Soit $a \in [-1;0]$, développer et réduire l'expression :

$$B = \left(\sqrt{1 + \sqrt{1 - a^2}} + \sqrt{1 - \sqrt{1 - a^2}} \right)^2 \quad \text{0,5pt}$$

6. Ecrire sous forme d'une fraction irréductible le nombre $A = \frac{1-\frac{3}{4}}{1+\frac{3}{4}} : \frac{3-\frac{1}{4}}{3+\frac{1}{4}}$ **0,5pt**

7. Réduire l'expression suivante : $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$ lorsque $a, b, c \in \mathbb{R}$ et sont des nombres tous distincts **1pt**

8. Ecrire le nombre $C = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{50}}{\sqrt{18} - \sqrt{98}}$ sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers relatifs. **0,5pt**

Exercice 2 : 4,5pts

On définit dans l'ensemble $G = \mathbb{R} \setminus \{3\}$, l'opération $*$ de la manière suivante :

$$\forall a, b \in G, \quad a * b = a + b - \frac{1}{3}ab$$

1. Montrer que la loi $*$ est interne dans G . **1pt**
2. Montrer que 0 est l'élément neutre pour l'opération $*$. **0,5pt**
3. Montrer que la loi $*$ est associative dans G . **1pt**
4. Soit $x \in G$ démontrer qu'il existe $x' \in G$ tel que $x * x' = 0$. **0,5pt**
5. Démontrer que la loi $*$ est commutative. **0,5pt**
6. Que peut-on déduire des questions précédentes ? **0,5pt**
7. Résoudre dans G l'équations : $x * 2 = 1$ **0,5pt**

Exercice 3 : 5,5pts

I. ABC est un triangle tel que : $AB=5\text{cm}$, $AC=6\text{cm}$ et $BC=4\text{cm}$.

1. Construire les points I, J et K tels que : $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ **0,75pt**

2. Démontrer que : $\overrightarrow{IK} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$ et : $\overrightarrow{JK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{4}{15}\overrightarrow{BA}$ **1pt**

3. Déterminer le réel α tel que : $\overrightarrow{IK} = \alpha\overrightarrow{JK}$. **0,5pt**

4. Que peut-on en déduire quant aux points I, J et K ? **0,25pt**

5. On pose : $\vec{u} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{BA}$.

Déterminer relativement à $\vec{u}$, les nombres $\overline{AB}$, $\overline{BK}$ et $\overline{AK}$. **0,75pt**

II. ABCD est un parallélogramme et les points I et J milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.

1. Démontrer que IDJB est un parallélogramme.

0,25pt

2. Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Démontrer que les points M et N appartiennent respectivement aux droites (ID) et (JB).

1pt

3. Soit E le point d'intersection des droites (ID) et (BC). Démontrer que B est le milieu de $[CE]$.

1pt

Partie B EVALUATION DES COMPETENCES : 5pts

Situation :

Le nouveau chef d'un établissement à la rentrée scolaire confie une tâche à trois collaborateurs : Adamou, Amougou et Azonfack. Adamou a besoin de 5 heures pour faire seule cette tâche, Amougou a besoin de 4 heures pour la faire toute seule et Azonfack n'a besoin que de 3 heures pour accomplir la tâche toute seule. Le chef ordonne à ses 3 collaborateurs de commencer à travailler simultanément à 08h00 car il souhaite que le travail soit achevé à 09h25 minutes.

Une semaine après la rentrée, il constate que le puits source de ravitaillement d'eau, a un souci et qu'il faut un calibrage d'une conduite cylindrique. Pour le raccordement au puits la longueur utile d'un tuyau rigide en acier inoxydable (en mètres) est donnée par la formule d'ingénierie : $L = -\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{-1+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}+1}{4}$. Mme NDJOCK, la magasinnière de l'établissement dit au nouveau chef qu'il n'existe aucune conduite de cette dimension car la valeur de L doit être un nombre irrationnel.

Chacun des trois collaborateurs doit inscrire avec un code de son choix, l'année où il a été affecté dans l'établissement. M Adamou a écrit devant sa porte qu'il suffit de faire l'opération $1024 * 48$, où $*$ est une opération définie dans IN par :

Pour tout entier a : $a * a = a$ et $a * 0 = 2a$.

Et pour quatre entiers a, b, c et d : $(a + b) * (c + d) = (a * c) + (b * d)$. Le nouveau Chef d'établissement estime qu'Adamou est arrivé dans l'établissement en 2010

TÂCHES :

1. Les trois collaborateurs pourront-ils respecter le timing du chef d'établissement ?

1.5pt

2. L'affirmation de Mme NDJOK est-elle juste ?

1.5pt

3. L'estimation du Chef de l'année d'affectation d'Adamou est-elle juste ?

1.5pt

Présentation :

0.5pt