

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN <i>Paix – Travail – Patrie</i> LYCÉE BILINGUE D'EMANA	Département de Mathématiques	Classe : Terminale D Durée : 3 h Coefficient : 4
Examineur : M. KADIROU HUSSEIN (PLEG)		Note : / 20

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

(15 points)

EXERCICE 1 : (5,5 points)

I/ On considère le polynôme complexe P défini par : $P(z) = 2z^4 + 6z^3 + 9z^2 + 6z + 2$.

- 1) Montrer que $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$. (0,5pt)
- 2) Soit z_0 une racine de P .
 - a) Montrer que $z_0 \neq 0$. (0,5pt)
 - b) En déduire que $\bar{z}_0$ est aussi une racine de P . (0,25pt)
 - c) Montrer que $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z}_0}$ sont aussi les racines de P . (0,5pt)
- 3) Calculer $P(1-i) = 0$ et conclure. (0,5pt)
- 4) En déduire alors l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. (0,75pt)

II/ On pose $Z = \frac{z-2i}{z+2}$ où $z = x+iy \neq -1$ et $Z = X+iY$.

- 1) Montrer que $X = \frac{x^2+y^2+2x-2y}{(x+2)^2+y^2}$ et $Y = -\frac{2x-2y+4}{(x+2)^2+y^2}$. (0,75pt)
- 2) Déterminer l'ensemble (C) des points $M(x,y)$ du plan muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$ pour lesquels Z est un nombre complexe imaginaire pur. (0,5pt)
- 3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (D) des points $M(x,y)$ du même plan pour lesquels $|Z| = 1$. (0,5pt)
- 4) Construire (C) et (D) dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$. (0,75pt)

EXERCICE 2 : (4 points)

On considère le polynôme complexe f défini par : $f(z) = z^3 + (2-3i)z^2 + (-5+11i)z - 6+6i$.

- 1) Montrer que f admet une racine réelle à préciser. (0,75pt)
- 2) Vérifier que $f(2i) = 0$. (0,25pt)
- 3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + (3-2i)z - 6i = 0$.
 - a) Montrer que le discriminant de cette équation est $\Delta = 5+12i$. (0,25pt)
 - b) Déterminer sous forme algébrique les racines carrées de Δ . (0,5pt)
 - c) En déduire alors l'ensemble solution de l'équation (E) . (0,5pt)
- 4) Déterminer alors le nombre complexe w vérifiant $f(z) = (z-2i)(z+3)(z-w)$. (0,5pt)
- 5) En déduire alors l'ensemble solution de l'équation $f(z) = 0$. (0,75pt)
- 6) En déduire l'ensemble solution dans $\mathbb{C}^2$ du système d'équation $\begin{cases} z+z' = -3+2i \\ zz' = -6i \end{cases}$. (0,5pt)

EXERCICE 3 : (5,5 points)

SECTION 1

Soit g la fonction définie sur $D =]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} - 1$.

- (1) Montrer que $g'(x) = \frac{-1}{(x^2+2x)\sqrt{x^2+2x}}$. (0,5pt)
- (2) Dresser le tableau de variation de g pour tout $x \in D$. (0,5pt)
- (3) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in D$. (0,25pt)

SECTION 2

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; -2] \cup [0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0 et à gauche de -2 , puis interpréter. (0,75pt)
- (2) Montrer que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f . (0,75pt)
- (3) Etudier les branches infinies de la fonction f . (0,5pt)
- (4) Construire soigneusement (C) et ses asymptotes. (0,75pt)
- (5) Soit h la restriction de f sur $[0; +\infty[$.
 - a) Montrer que h réalise une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle K que l'on prendra le soin de préciser. (0,5pt)
 - b) Expliciter $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in K$. (0,5pt)
 - c) Construire soigneusement au stylo à encre bleu la courbe (C') de h dans le repère précédent. (0,5pt)

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

4,5 points

Situation

M. Abou est propriétaire d'une ferme avicole située sur un terrain trapézoïdale $ABCD$ qu'il avait acheté à 6500 FCFA le mètre carré. Dans un repère orthonormé d'unité 1dam, les sommets A et B ont leurs coordonnées respectives (a, b) et (a', b') tels que les nombres complexes $z_1 = a + ib$ et $z_2 = a' + ib'$ soient solutions de l'équation $z^2 - 7z + 16 - 2i = 0$ avec $a < a'$. Les autres sommets sont $C(0, -2)$ et $D(-2, 2)$.

Pour les besoins en eau de cette exploitation, estimés à 25 mètre-cubes par jour, il a fait construire un puits de profondeur 10m et délimité par l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $z\bar{z} - 2(z + \bar{z}) = -3,99$ (avec $z = x + iy$), qui se remplit chaque matin aux 4 cinquièmes de tout son volume.

M. Abou, pour ravitailler la ferme en aliments, doit faire chaque semaine trois voyages (aller-retour) avec sa camionnette entre la provenderie, située au point E d'abscisse -7 appartenant à l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan vérifiant $|z + 2i| = |z + 2 - 2i|$ (avec $z = x + iy$), et le magasin de la ferme situé en C . Le coût de chaque voyage est estimé à $1000x + 300000$ FCFA, où x est le nombre de décamètres parcourus par la camionnette pour ce voyage.

On prendra $\pi = 3,14$ et on arrondira les résultats à l'unité près.

Tâches

- 1) Combien M. Abou dépense par semaine pour ravitailler la ferme en aliments? (1,5pt)
- 2) Le puits que M. Abou a fait construire est-il capable de satisfaire les besoins journaliers en eau de la ferme? (1,5pt)
- 1) Combien M. Abou avait-il dépensé pour l'achat de ce terrain? (1,5pt)

Présentation : 0,5pt

« La pensée n'est qu'un éclair au milieu d'une longue nuit. Mais c'est cet éclair qui est tout. »

— Henri Poincaré

RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN <i>Paix – Travail – Patrie</i> LYCÉE BILINGUE D'EMANA	CORRIGÉ ET BARÈME Mathématiques	Classe : Terminale D Durée : 3 h Coefficient : 4
Examineur : M. KADIROU HUSSEIN (PLEG)		Total : 20 points

Les points sont indiqués entre crochets. Toute méthode correcte et justifiée est acceptée.

Corrections de l'énoncé adoptées dans ce corrigé (quatre coquilles du sujet imprimé) :

- Ex. 1, I/3) : c'est $P(-1+i) = 0$ (ou $P(-1-i) = 0$) qui est vrai ; l'énoncé imprimé donne $P(1-i) = -12-36i \neq 0$.
- Ex. 1, II/ : la valeur interdite est $z \neq -2$ (dénominateur $z+2$) et non $z \neq -1$.
- Ex. 2 : le coefficient de z dans f est $(-5-7i)$ et non $(-5+11i)$; avec $+11i$, on aurait $f(2i) = -36 \neq 0$ et aucune racine réelle.
- Partie B : la troisième tâche est à numéroté 3).

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

(15 points)

EXERCICE 1 : (5,5 points)

I/ $P(z) = 2z^4 + 6z^3 + 9z^2 + 6z + 2$.

1) $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$ [0,5 pt]

Les coefficients de P sont réels ; or $\overline{z^k} = \bar{z}^k$ et $\overline{az^k} = a\bar{z}^k$ pour a réel. Donc $\overline{P(z)} = 2\bar{z}^4 + 6\bar{z}^3 + 9\bar{z}^2 + 6\bar{z} + 2 = P(\bar{z})$.

2) a) $z_0 \neq 0$ [0,5 pt]

$P(0) = 2 \neq 0$, donc 0 n'est pas racine de P : si z_0 est racine, $z_0 \neq 0$.

2) b) $\bar{z}_0$ est racine [0,25 pt]

D'après 1), $P(\bar{z}_0) = \overline{P(z_0)} = \bar{0} = 0$.

2) c) $\frac{1}{z_0}$ et $\frac{1}{\bar{z}_0}$ sont racines [0,5 pt]

Comme $z_0 \neq 0$: $P\left(\frac{1}{z_0}\right) = \frac{2}{z_0^4} + \frac{6}{z_0^3} + \frac{9}{z_0^2} + \frac{6}{z_0} + 2 = \frac{2 + 6z_0 + 9z_0^2 + 6z_0^3 + 2z_0^4}{z_0^4} = \frac{P(z_0)}{z_0^4} = 0$.

Donc $\frac{1}{z_0}$ est racine. En appliquant b) à $\frac{1}{z_0}$, $\overline{\left(\frac{1}{z_0}\right)} = \frac{1}{\bar{z}_0}$ est aussi racine.

3) Calcul de $P(-1+i)$ et conclusion [0,5 pt]

Pour $z = -1+i$: $z^2 = -2i$, $z^3 = z^2 \cdot z = -2i(-1+i) = 2+2i$, $z^4 = (z^2)^2 = -4$. Donc

$$P(-1+i) = 2(-4) + 6(2+2i) + 9(-2i) + 6(-1+i) + 2 = (-8+12-6+2) + (12-18+6)i = 0.$$

$$-1+i \text{ est une racine de } P ; \text{ donc aussi } -1-i, \frac{1}{-1+i} = \frac{-1-i}{2} \text{ et } \frac{1}{-1-i} = \frac{-1+i}{2}$$

4) Ensemble solution de $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$ [0,75 pt]

D'après les questions précédentes, P (de degré 4) admet les quatre racines $-1+i$, $-1-i$, $\frac{-1-i}{2}$, $\frac{-1+i}{2}$ (distinctes), donc il n'y en a pas d'autre. Vérification : $P(z) = (z^2+2z+2)(2z^2+2z+1)$.

$$S = \left\{ -1+i ; -1-i ; -\frac{1}{2} + \frac{i}{2} ; -\frac{1}{2} - \frac{i}{2} \right\}$$

II/ $Z = \frac{z-2i}{z+2}$ avec $z = x+iy \neq -2$ et $Z = X+iY$.

1) Parties réelle et imaginaire de Z

[0,75 pt]

On multiplie numérateur et dénominateur par le conjugué du dénominateur :

$$Z = \frac{(x + i(y - 2))((x + 2) - iy)}{(x + 2)^2 + y^2}.$$

Partie réelle du numérateur : $x(x+2) + y(y-2) = x^2 + y^2 + 2x - 2y$. Partie imaginaire : $(y-2)(x+2) - xy = 2y - 2x - 4 = -(2x - 2y + 4)$.

$$X = \frac{x^2 + y^2 + 2x - 2y}{(x + 2)^2 + y^2} \quad \text{et} \quad Y = -\frac{2x - 2y + 4}{(x + 2)^2 + y^2}$$

2) Ensemble (C) : Z imaginaire pur

[0,5 pt]

Z est imaginaire pur si $X = 0$ et $Y \neq 0$: $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \iff (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ (0,25).

(C) est le cercle de centre $\Omega(-1; 1)$ et de rayon $\sqrt{2}$, privé des points $A(-2; 0)$ et $B(0; 2)$

Le point $A(-2; 0)$ correspond à $z = -2$ (valeur interdite) et $B(0; 2)$ à $z = 2i$ ($Z = 0$, qui n'est pas imaginaire pur) (0,25).

3) Ensemble (D) : $|Z| = 1$

[0,5 pt]

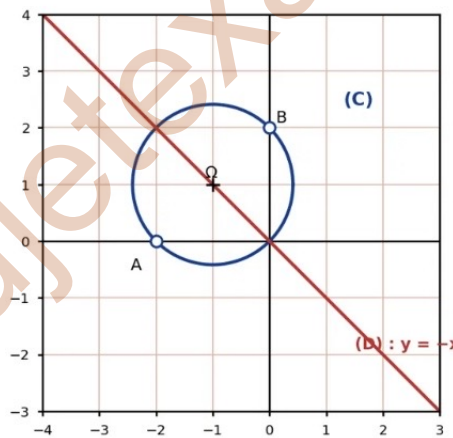
$$|Z| = 1 \iff |z - 2i| = |z + 2| \iff x^2 + (y - 2)^2 = (x + 2)^2 + y^2 \iff -4y + 4 = 4x + 4 \iff x + y = 0.$$

(D) est la droite d'équation $y = -x$: la médiatrice du segment $[AB]$, qui passe par Ω

4) Construction de (C) et (D)

[0,75 pt]

Repère orthonormé, unité 1 cm (0,25 pour le cercle, 0,25 pour la droite, 0,25 pour les points exclus).



EXERCICE 2 : (4 points)

Polynôme étudié : $f(z) = z^3 + (2 - 3i)z^2 + (-5 - 7i)z - 6 + 6i$.

1) Racine réelle de f

[0,75 pt]

Soit x réel. $f(x) = (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) + i(-3x^2 - 7x + 6)$. Si x est racine, la partie imaginaire est nulle : $3x^2 + 7x - 6 = 0$ (0,25), de discriminant $49 + 72 = 121$, donc $x = \frac{-7 \pm 11}{6}$, soit $x = \frac{2}{3}$ ou $x = -3$. La partie réelle s'annule pour $x = -3$: $-27 + 18 + 15 - 6 = 0$; pas pour $x = \frac{2}{3}$ (0,5).

f admet pour unique racine réelle -3

2) $f(2i) = 0$ [0,25 pt]

$$z = 2i : z^2 = -4, z^3 = -8i. f(2i) = -8i + (2 - 3i)(-4) + (-5 - 7i)(2i) - 6 + 6i = -8i - 8 + 12i - 10i + 14 - 6 + 6i = 0.$$

3) a) Discriminant de (E) [0,25 pt]

$$\Delta = (3 - 2i)^2 - 4(-6i) = 9 - 12i - 4 + 24i = 5 + 12i.$$

3) b) Racines carrées de Δ [0,5 pt]

Soit $\delta = a + ib$ avec $\delta^2 = 5 + 12i : a^2 - b^2 = 5, 2ab = 12$ et $a^2 + b^2 = |\Delta| = 13$. On obtient $a^2 = 9$ et $b^2 = 4$; comme $ab > 0$:

$$\delta = 3 + 2i \quad \text{ou} \quad \delta = -3 - 2i$$

3) c) Ensemble solution de (E) [0,5 pt]

$$z = \frac{-(3 - 2i) \pm (3 + 2i)}{2} : z = \frac{4i}{2} = 2i \text{ ou } z = \frac{-6}{2} = -3.$$

$$S_{(E)} = \{2i; -3\}$$

4) Nombre complexe w [0,5 pt]

$(z - 2i)(z + 3) = z^2 + (3 - 2i)z - 6i$. Alors $(z^2 + (3 - 2i)z - 6i)(z - w)$ a pour coefficient de z^2 : $3 - 2i - w$. En identifiant avec $f : 3 - 2i - w = 2 - 3i$, donc $w = 1 + i$. Vérification : le terme constant $6iw = 6i(1 + i) = -6 + 6i$ et le coefficient de z , $-6i - w(3 - 2i) = -5 - 7i$, conviennent.

$$w = 1 + i$$

5) Ensemble solution de $f(z) = 0$ [0,75 pt]

$f(z) = (z - 2i)(z + 3)(z - 1 - i)$ s'annule pour $z = 2i, z = -3$ ou $z = 1 + i$.

$$S_f = \{-3; 2i; 1 + i\}$$

6) Système dans $\mathbb{C}^2$ [0,5 pt]

z et z' ont pour somme $-3 + 2i$ et pour produit $-6i$: ce sont les racines de $Z^2 - (-3 + 2i)Z - 6i = 0$, c'est-à-dire $Z^2 + (3 - 2i)Z - 6i = 0$: c'est l'équation (E) , de solutions $2i$ et -3 .

$$S = \{(2i; -3), (-3; 2i)\}$$

EXERCICE 3 : (5,5 points)

SECTION 1 $g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} - 1$ sur $D =]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$.

(1) Dérivée de g [0,5 pt]

Sur D , $x^2 + 2x > 0$ et $(\sqrt{x^2 + 2x})' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x}}$. Donc

$$g'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2 + 2x}}}{x^2 + 2x} = \frac{(x^2 + 2x) - (x+1)^2}{(x^2 + 2x)\sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{-1}{(x^2 + 2x)\sqrt{x^2 + 2x}}.$$

(2) Tableau de variation de g [0,5 pt]

$g'(x) < 0$ sur D : g est strictement décroissante sur chaque intervalle. Limites (0,25) : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g = -2$;

$\lim_{x \rightarrow -2^-} g = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} g = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g = 0$ (car $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} \rightarrow \pm 1$).

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$
$g(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$
			$+\infty$	$\searrow$
				0

(3) Signe de g **[0,25 pt]**

Sur $]0; +\infty[$, g décroît de $+\infty$ vers 0 : $g(x) > 0$. Sur $] -\infty; -2[$, g décroît à partir de -2 : $g(x) < -2 < 0$.

$$g(x) > 0 \text{ sur }]0; +\infty[\quad \text{et} \quad g(x) < 0 \text{ sur }] -\infty; -2[$$

SECTION 2 $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ sur $] -\infty; -2] \cup [0; +\infty[$.**(1) Dérivabilité à droite de 0 et à gauche de -2** **[0,75 pt]**

En 0^+ (0,375) : $\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{\sqrt{x(x+2)}}{x} - 1 = \sqrt{\frac{x+2}{x}} - 1 \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} +\infty$: f n'est pas dérivable à droite de 0 ; (C) admet en O une demi-tangente verticale dirigée vers le haut.

En -2^- (0,375) : $f(-2) = 2$ et pour $x < -2$, $\frac{f(x) - 2}{x + 2} = \frac{\sqrt{x(x+2)}}{x+2} - 1 = -\sqrt{\frac{x}{x+2}} - 1 \xrightarrow{x \rightarrow -2^-} -\infty$: f n'est pas dérivable à gauche de -2 ; (C) admet au point $(-2; 2)$ une demi-tangente verticale dirigée vers le haut.

(2) $f'(x) = g(x)$ et tableau de variations de f **[0,75 pt]**

Sur $] -\infty; -2[\cup]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} - 1 = g(x)$ (0,25). Donc f est décroissante sur $] -\infty; -2]$ et croissante sur $[0; +\infty[$ (d'après le signe de g). Limites (0,25) : $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$ car $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}$; $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} +\infty$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		-		+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 2	0	$\nearrow$ 1

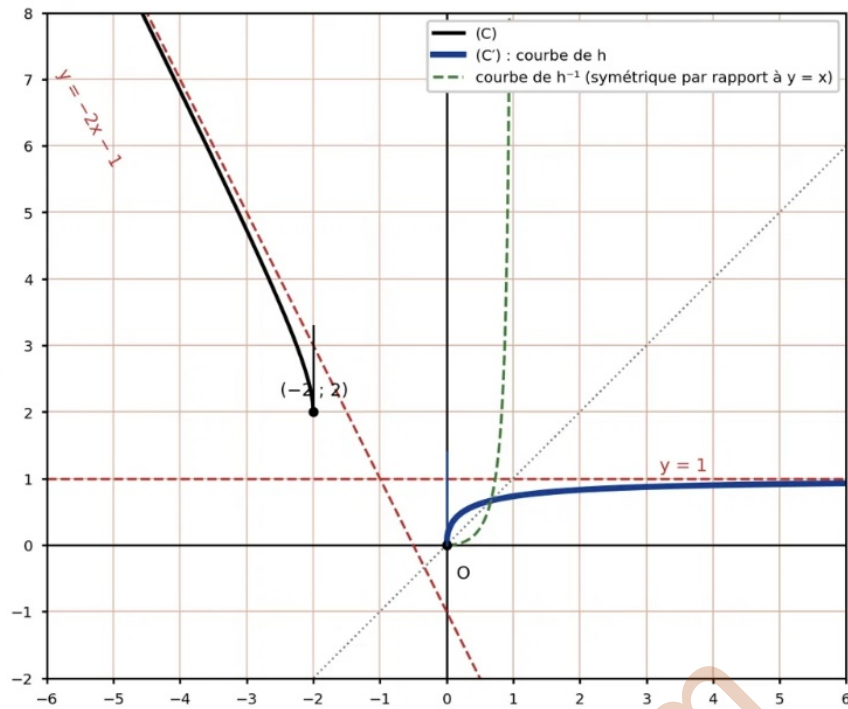
(3) Branches infinies**[0,5 pt]**

En $+\infty$ (0,25) : $\lim f = 1$: asymptote horizontale $y = 1$. Comme $f(x) - 1 = \sqrt{(x+1)^2 - 1} - (x+1) < 0$, (C) est au-dessous.

En $-\infty$ (0,25) : pour $x < 0$, $\frac{f(x)}{x} = -\sqrt{1 + \frac{2}{x}} - 1 \rightarrow -2$ et $f(x) + 2x = \sqrt{x^2 + 2x} + x \rightarrow -1$ (car $\sqrt{x^2 + 2x} = -x\sqrt{1 + \frac{2}{x}} \approx -x - 1$). Asymptote oblique $y = -2x - 1$; (C) est au-dessous (car $\sqrt{(x+1)^2 - 1} < |x+1|$).

(4) Construction de (C) et de ses asymptotes**[0,75 pt]**

Points utiles : $O(0; 0)$, $(-2; 2)$, $(1; \sqrt{3} - 1 \approx 0,73)$, $(3; \sqrt{15} - 3 \approx 0,87)$, $(-3; \sqrt{3} + 3 \approx 4,73)$, $(-4; \sqrt{8} + 4 \approx 6,83)$; demi-tangentes verticales en O et en $(-2; 2)$; asymptotes $y = 1$ et $y = -2x - 1$ (0,25 chacun pour : tracé de (C), asymptotes, demi-tangentes).



(5) a) h est une bijection de $]0; +\infty[$ vers K

[0,5 pt]

h est continue et strictement croissante sur $]0; +\infty[$ (car $h' = g > 0$). Elle réalise donc une bijection de $]0; +\infty[$ sur $K =]\lim_{0^+} h; \lim_{+\infty} h[$.

$$K =]0; 1[$$

(5) b) Expression de $h^{-1}(x)$

[0,5 pt]

Soit $y \in]0; 1[$ et $x > 0$ avec $y = \sqrt{x^2 + 2x} - x$. Alors $y + x = \sqrt{x^2 + 2x}$, donc $(y + x)^2 = x^2 + 2x$, soit $y^2 + 2xy = 2x$, d'où $2x(1 - y) = y^2$ (le signe $y + x > 0$ est bien vérifié).

$$h^{-1}(x) = \frac{x^2}{2(1 - x)} \quad \text{pour tout } x \in]0; 1[$$

$$\text{Vérification : } h(0,25) = \sqrt{0,5625} - 0,25 = 0,5 \text{ et } h^{-1}(0,5) = \frac{0,25}{1} = 0,25.$$

(5) c) Courbe (C') de h

[0,5 pt]

La courbe (C') de h est la partie de (C) située à droite de l'axe des ordonnées ($x \geq 0$), tracée en bleu sur la figure ci-dessus. Si l'on demande la courbe de h^{-1} , c'est la symétrique de (C') par rapport à la droite $y = x$ (tracée en vert en pointillés).

Tâche 1 : dépense hebdomadaire pour les aliments

[1,5 pt]

Provenderie $E(0,5)$. L'ensemble $|z + 2i| = |z + 2 - 2i|$ est l'ensemble des points M équidistants de $(0; -2)$ et de $(-2; 2)$: $x^2 + (y + 2)^2 = (x + 2)^2 + (y - 2)^2 \iff y = \frac{x + 1}{2}$. Pour l'abscisse -7 : $y = -3$, donc $E(-7; -3)$.

Distance parcourue $(0,5)$. $EC = \sqrt{(0 + 7)^2 + (-2 + 3)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 7,07$ dam. Un voyage aller-retour fait $x = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,14$ dam.

Coût $(0,5)$. Un voyage coûte $1000 \times 14,14 + 300\,000 \approx 314\,142$ F ; trois voyages par semaine :

$$3 \times 314\,142 \approx 942\,426 \text{ FCFA par semaine}$$

Tâche 2 : le puits satisfait-il les besoins en eau ?

[1,5 pt]

Section du puits $(0,5)$. $z\bar{z} - 2(z + \bar{z}) = -3,99 \iff x^2 + y^2 - 4x = -3,99 \iff (x - 2)^2 + y^2 = 0,01$. C'est un cercle de rayon $0,1$ dam = 1 m.

Volume $(0,5)$. $V = \pi r^2 h = 3,14 \times 1^2 \times 10 = 31,4$ m³. Chaque matin, le puits se remplit aux $\frac{4}{5}$ de son volume : $\frac{4}{5} \times 31,4 = 25,12$ m³.

Conclusion $(0,5)$. $25,12 \text{ m}^3 \geq 25 \text{ m}^3$:

Oui, le puits peut satisfaire les besoins journaliers (25 m³).

Tâche 3 : coût d'achat du terrain

[1,5 pt]

Sommets A et B $(0,5)$. $z^2 - 7z + 16 - 2i = 0$: $\Delta = 49 - 64 + 8i = -15 + 8i = (1 + 4i)^2$, donc $z = \frac{7 \pm (1 + 4i)}{2}$, soit $3 - 2i$ et $4 + 2i$. Comme $a < a'$: $A(3; -2)$ et $B(4; 2)$.

Aire $(0,5)$. Avec $C(0; -2)$ et $D(-2; 2)$, les côtés $[AC]$ et $[BD]$ sont horizontaux, donc parallèles : $AC = 3$ dam, $BD = 6$ dam, hauteur 4 dam. Aire = $\frac{(3 + 6) \times 4}{2} = 18 \text{ dam}^2 = 1\,800 \text{ m}^2$.

Prix $(0,5)$:

$$1\,800 \times 6\,500 = 11\,700\,000 \text{ FCFA}$$

Présentation

[0,5 pt]

RÉCAPITULATIF DU BARÈME

Partie	Exercice / tâche	Points
A (15 pts)	Exercice 1 (polynôme P , quotient Z)	5,5
	Exercice 2 (polynôme f , système)	4
	Exercice 3 (fonctions g et f)	5,5
B (5 pts)	Tâche 1 (dépense hebdomadaire)	1,5
	Tâche 2 (puits)	1,5
	Tâche 3 (achat du terrain)	1,5
	Présentation	0,5
Total		20