

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	CONTRÔLE	Date : 19 Septembre 2026
Classe : 2nd C	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Coef : 07 ; Durée : 03h00

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 (5pts)

1- Déterminer la valeur de vérité (Vrai ou Faux) de chacune des propositions suivantes en justifiant :

a) $P_1 : ((-3)^2 = 9) \wedge (\sqrt{16} = -4)$ (0,5pt)

b) $P_2 : (\pi \in \mathbb{Q}) \Rightarrow (17 \text{ est un nombre premier})$ (0,5pt)

c) $P_3 : (\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0) \Leftrightarrow (0 \text{ est un entier pair})$ (0,5pt)

2- On considère l'implication mathématique suivante :

$$(I): \forall x \in \mathbb{R}, (x > 3) \Rightarrow (x^2 > 9)$$

a) Énoncer la réciproque de l'implication (I). Déterminer sa valeur de vérité en donnant un contre-exemple si elle est fausse. (1,25pt)

b) Énoncer la contraposée de l'implication (I) et donner sa valeur de vérité. (1pt)

c) Écrire la négation logique formelle (avec quantificateurs et connecteurs adaptés) de la proposition (I), puis la traduire en langage usuel. (1,25pt)

Exercice 2 (5pts)

1- .

a) Démontrer par l'absurde que le nombre $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel ($\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$). (1,5pt)

b) Soient a et b deux nombres rationnels avec $b \neq 0$. Dédurre de la question précédente, par un raisonnement par l'absurde, que le nombre réel $X = a + b\sqrt{2}$ est irrationnel. (1pt)

2- Soit $n \in \mathbb{N}$. Démontrer par contraposition l'énoncé suivant :

« Si $n^2 + 5$ est un entier pair, alors n est un entier impair ». (1pt)

3- En utilisant un raisonnement par disjonction des cas selon le reste de la division euclidienne de n par 3, démontrer que pour tout entier naturel n , le nombre :

$A = n(n^2 + 2)$ est un multiple de 3. (1,5pt)

(On remarquera que tout entier naturel n s'écrit sous l'une et une seule des trois formes suivantes : $3k$; $3k + 1$ ou $3k + 2$ où $k \in \mathbb{N}$)

Exercice 3 (5pts)

1- Soit le réel x dont l'écriture décimale est $x = 1,2545454\dots$ ($x = 1,25\overline{45}$)
Montrer que x est un nombre rationnel et déterminer son écriture sous la forme d'une fraction irréductible (1,5pt)

2- Calculer l'expression suivante et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$K = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \div \frac{4}{9}}$$
 (1pt)

3- On pose : $E = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$

a. Calculer $(\sqrt{3} - 2)^2$ et $(\sqrt{3} + 2)^2$

(0,5pt)

b. En déduire que E est un entier naturel

(1pt)

4- Soient x et y deux réels non nuls tels que $x + y \neq 0$. Démontrer que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} =$

$$\frac{4}{x+y} \Leftrightarrow x = y$$

(1pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Dans le cadre de l'extension de l'atelier de transformation agroalimentaire de L'UNICASTY à Yaoundé, l'intendant confie trois dossiers techniques au club de mathématiques de la classe de Seconde C du collège Vogt :

— **Dossier 1 (Régulation thermique)** : L'ingénieur a installé un automate de sécurité qui déclenche une sirène d'alerte générale pour évacuer les cuves de fermentation. La notice de fabrication stipule la règle logique suivante :

« La sirène sonne si et seulement si la température dépasse 40°C et la vanne de décharge n'est pas ouverte. »

On donne : **(S)** : « La sirène sonne » ; **(T)** : « la température dépasse 40°C » ; **(V)** : « la vanne de décharge est ouverte »

Un technicien stagiaire affirme : « Dès l'instant où la vanne de décharge n'est pas ouverte, la sirène va obligatoirement retentir, quelle que soit la température mesurée. » L'intendant exige une validation logique formelle de cette affirmation.

— **Dossier 2 (Dosage d'un conservateur naturel)** : Le manuel de certification indique qu'un additif doit être injecté avec un débit continu représentant exactement une proportion massique d du mélange principal, donnée par la mesure décimale continue : $d = 0,41666 \dots$

L'électrovanne volumétrique n'accepte que des consignes programmées sous forme de fractions irréductibles. Le technicien doit introduire la fraction exacte correspondante.

— **Dossier 3 (Calibrage d'une conduite cylindrique)** : Pour le raccordement au puits, la longueur utile d'un tuyau rigide en acier inoxydable (en mètres) est donnée par la formule d'ingénierie :

$$L = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5} - 1} - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Le magasinier affirme qu'il n'existe aucune conduite de cette dimension car la valeur L est un nombre irrationnel.

Tâches :

Tâche 1 : À l'aide d'une table de vérité ou d'une analyse des conditions suffisantes et nécessaires, modéliser la règle de l'automate et arbitrer l'affirmation du stagiaire.

(1,5pt)

Tâche 2 : Déterminer la fraction irréductible exacte d à insérer dans le régulateur de dosage.

(1,5pt)

Tâche 3 : Déterminer la valeur exacte simplifiée de la longueur L . Le magasinier a-t-il raison ?

(1,5pt)

Présentation : 0.5pt