



Proposer par : M. ~~Xaka~~ Dairou ~~W.O~~ Enseignants de Mathématiques

EXERCICE 1:

1- Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

- a) $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$; b) $z = \sin \alpha - i \cos \alpha$; c) $z = -\cos \alpha + i \sin \alpha$; d) $z = -\cos \alpha - i \sin \alpha$;
e) $z = \tan \alpha + i$; f) $z = 1 - i \tan \alpha$; g) $z = 1 - \cos \alpha + i \sin \alpha$; h) $z = 1 - \cos \alpha - i \sin \alpha$;
i) $z = \cot \alpha + i$; j) $z = 1 - i \cot \alpha$; k) $z = 1 - \sin \alpha + i \cos \alpha$; l) $z = 1 - \sin \alpha - i \cos \alpha$

c) Montrer que ABCD est un parallélogramme et calculer son aire.

EXERCICE 5 (Extrait Baccalauréat Niger « D » 2026)

- 1- On considère dans $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme P définie par :

$$P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - 1 - 4i)z^2 + (3i - 3i\sqrt{3} - 5 - \sqrt{3})z + 2i\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2$$
- 5- Montrer que : $z_0 = -\sqrt{3} + i$ est racine de P .
- 6- Déterminer le nombre complexe q tels que $P(z) = (z + \sqrt{3} - i)(z^2 + (-1 - 3i)z + q)$.
- 7- Écrire sous la forme algébrique le nombre complexe $d = (1 + i)^2$.
- 2- Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.
- 3- On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1 + i$; $z_B = -\sqrt{3} + i$ et $z_C = 2i$
 - a- Déterminer l'écriture complexe de la similitude plane directe S qui transforme B en C et qui laisse invariant le point A.
 - b- Donner les éléments caractéristiques de la similitude S.
- 4- Soit (Δ) la droite d'équation $x + y = 1$ et le cercle (C) de centre A, de rayon
 - a- Trouver une équation de la droite (Δ') image de (Δ) par S et une équation de (C') image de (C) par S.

EXERCICE 6

Soit m un nombre ne complexe non nul. On considère dans $\mathbb{C}$ les équations :

$$E_I : z^2 - (1 + i)mz^2 + mi = 0; \quad E_{II} : z^2 - (1 - i)(\sqrt{2} - i\sqrt{3})z + 2\sqrt{6} - i = 0$$

- 1- a. Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = [(1 - i)m]^2$.
 b. Résoudre alors l'équation (E). c. Vérifier que: $[i(\sqrt{2} - i\sqrt{3})]^2 = 2\sqrt{6} - i$.
 d. Déduire les solutions de l'équation (E_{II}

- 4- Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on donne les points **K, D et F** d'affixe respectif $z_K = -1 - i\sqrt{3}$, $z_D = -1 + i\sqrt{3}$, $z_A = 2$
- a) Montrer que $\frac{z_F - z_K}{z_F - z_D} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ puis déduire la nature du triangle KDA

EXERCICE 8

Soit la suite géométrique V_n de premier terme $V_0 = 4$ et de raison $q = \frac{1}{2}$ et U_n une suite arithmétique de premier terme $U_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $r = \frac{\pi}{2}$. Pour tout nombre complexe W_n de module V_n et d'argument U_n

- 1- Exprime V_n et U_n en fonction de n puis déduire W_n .
- 2- Montrer W_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de premier terme $W_0 = 2\sqrt{2}(1 + i)$.
- 3- Pour tout n , on pose $H_n = W_0 \times W_1 \times W_2 \times \dots \times W_n$ exprimer argument de H_n en fonction de n .

EXERCICE 9

a. Montrer que $\frac{(1-i)(1+i\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$ et que $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

2- On considère les deux suites x_n et y_n $x_0 = 1; y_0 = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} x_{n+1} = x_n - (2 - \sqrt{3})y_n \\ y_{n+1} = (2 - \sqrt{3})x_n + y_n \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que $x_n + iy_n = U^n$

b) Dédurre que $x_n = \frac{\cos(\frac{n\pi}{12})}{(\cos(\frac{\pi}{12}))^n}$ et $y_n = \frac{\sin(\frac{n\pi}{12})}{(\cos(\frac{\pi}{12}))^n}$

EXERCICE 13: (Extrait Bac série D 2026 Congo)...

On considère le polynôme P défini par : $P(z) : z^3 - (1 + 5i)z^2 + (-8 + 2i)z + 2 + 6i$

1- Montrer que $P(1 + i) = 0$.

2- Démontrer que $P(z) = (z - 1 - i)(z^2 + 4iz - 4 - 2i)$.

EXERCICE 16

A) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + 2(1 - \cos m)z + 2(1 - \cos m) = 0$ $m \in [0; 2\pi[$.

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) ; on notera z_1 et z_2 les solutions.

2°) Déterminer $|z_1|$ et $|z_2|$ et montrer que $\arg(z_1) = \frac{m}{2} + \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\arg(z_2) = -\frac{m}{2} - \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

B) On considère $z_0 = -1 + \tan(a)$, $a \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$

1°) Déterminer le module et un argument de z_0 .

2°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$ M(z), A(2), B(2i) et C le point tel que $(\vec{u}, \vec{AC}) = a[2\pi]$. On pose $\arg(z_0) = \pi - a$.

a) Interpréter géométriquement $\arg[z_0(z - 2)]$.

b) Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que $z_0(z -$

- 5- Soit **A**, **B** et **C** les points d'affixe respective $a = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$; $b = -1$ et $c = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{12}}$. On désigne par **H** le milieu du segment $[AB]$ d'affixe z_H .
- a- Montrer que $z_H = \sin \frac{\pi}{12} e^{i\frac{7\pi}{12}}$ en déduire que $\sin \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.
- b- Montrer que **H** le milieu du segment $[OC]$.
- c- Montrer que **OACB** est un losange
- Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$

EXERCICE 20:

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$ On considère le cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{3}$. On note A le point d'affixe $a = 1 + i\sqrt{2}$

- 1- Montrer que le point A appartient au cercle (C).
- 2- On considère dans C l'équation (E) : $z^2 - 2i\sqrt{3}z + 6i\sqrt{2} = 0$
- a- Montrer que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = 12a^2$.
- b- En déduire que les solutions de (E)
- $$\text{sont: } z_1 = \sqrt{3}[-1 + (1 - \sqrt{2})i] \text{ et } z_2 = \sqrt{3}[-1 + (1 + \sqrt{2})i]$$
- 3- Soit **K** le point d'affixe $z_K = i\sqrt$

- a- Montrer que : M, M', M'' alignés $\Leftrightarrow \text{Im}(m) = 2$.
- b- Déterminer l'ensemble des points $M(m)$ tels que M, M', M'' soient alignés.
- 3- Soient S l'application du plan qui transforme M en M' et S' celle qui transforme M en M'' .
 - a- Montrer que S est la composée d'une rotation R et d'une homothétie h .
 - b- Montrer que $S' \circ S$ est une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
- 4- Soit f l'application du plan qui transforme M' en M'' . Montrer que f est une rotation en précisant l'axe de son centre Ω et son angle θ . Soit K le milieu du segment $[M'M'']$ et on considère l'application T qui transforme M en K .
 - a- Montrer que T est une translation dont on déterminera l'axe de son vecteur $\vec{u}$.
 - b- On suppose que $\Omega \neq M'$. Montrer que $(\Omega K) \perp (M'M'')$.

Exercice 23 – Racines n -ièmes (BAC D Togo 2014)

Soit l'équation $(E) : z^n = \frac{-9\sqrt{3}+27i}{2}, n \in \mathbb{N}^*$.

- 1- Déterminer les solutions z_k de

- 3- Démontrer que $(\widehat{OM'}, \vec{u}) = (\widehat{MA, MB}) - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.
- 4- Dédurre que si M est un point du cercle de diamètre [AB] privé des points A et B, alors M' est un point de l'axe des réels.

PARTIE B/

- 1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{2}z + 2 + 2i = 0$ (E)
- 2- Donner la forme exponentielle de chacune des solutions de (E).
- 3- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Unité : 1 cm.

On donne $z_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n non nul $z_{n+1} = \frac{\sqrt{2}-1+i}{2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{8}} z_n$. B_n est le point d'affixe z_n .

- a- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $z_n = e^{i\frac{3n\pi}{8}}$
- b- Déterminer les couples d'entiers naturels (x, y) tels que $3x - 16y = 4$.
- c) Dédurre les valeurs de n pour lesquelles le point B_n est situé sur l'axe des imaginaires.
- 4- Démontrer que, pour tout entier

EXERCICE 28

- 1- Soit g une transformation complexe du plan définie par :
$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{1}{2} + \sqrt{3} \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
- a- Déterminer l'expression complexe de g .
- b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g .
- 2- Soit H une transformation complexe du plan définie par : $z' = \sqrt{2}z + (1+i)(2-2\sqrt{2})$
- a- Déterminer l'expression analytique de H .
- b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de H .
- 3- Soit R une rotation de centre $C(1)$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$
- a- Déterminer l'expression complexe de $S = H \circ R$.
- b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S .
- c- Déduire la nature et les éléments caractéristiques de S .

(EXERCICE 29)

Soit l'équation (E) : $z^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{6})z + 16 = 0$ $z \in \mathbb{C}$

- 1- Vérifier que le discriminant de (E) est : $\Delta = [2i(\sqrt{6} + \sqrt{2})]^2$
- 2- Déduire la résolution de l'équation (E)
- 3- Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})</$

- 1- On considère la suite complexe (z_n) définie par: $\begin{cases} z_0 = \sqrt{2} \\ z_{n+1} = \sqrt{2}(1+i)z_n - i(2+\sqrt{2}) + 2 \end{cases}$
- Déterminer le point invariant K de la relation précédente. En posant $V_n = z_n - i\sqrt{2}$,
 - montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $a = \sqrt{2}(1+i)$, et préciser V_0 .
 - Déterminer le module et un argument de a .
 - Exprimer V_n sous forme trigonométrique.
 - Exprimer V_{n+1} en fonction de a et de n , puis sous forme trigonométrique.

3.. Montrons que $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n = 2 \left(e^{-i(\frac{\pi}{4})} - 2 \right) \left[1 - 2^{n$

3- Soit R la transformation qui au point M_1 associe le point M_2 , pour tout point M du plan.

- a- Justifier que R est une rotation dont on donnera une mesure de l'angle et l'axe du centre D.
- b- Placer les points A, B, C et D et déterminer la nature du triangle ABD.

EXERCICE 37:

- 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$. avec $\text{Im}(z_1) > 0$ par z_2 l'autre solution
- 2) Déterminer le module et un argument de chacune des solutions z_1 et z_2
- 3) Dé

On considère dans $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme P définie par :

$$P(z) = z^3 - [2 + i(3 + \sqrt{2})]z^2 - [5 + 3\sqrt{2} - i(2\sqrt{2} + 1)]z + \sqrt{2} + 5i\sqrt{2}$$

- 1- Montrer que $-1 + i$ est racine de P .
- 2- Déterminer deux nombres complexes p et q tels que $P(z) = (z + 1 - i)(z^2 + pz + q)$.
- 3- Écrire sous la forme algébrique le nombre complexe $d = [3 + i(2 - \sqrt{2})]^2$.
- 4- Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

z étant un complexe, on note (S) le système $\begin{cases} |z| = |z - 6| \\ \arg(z^2) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}; \vec{v})$.

- 1) Donner le module et un argument des trois complexes suivants : $a = \sqrt{3} + i, b = -2 + 2i, c = 3 + 3i$.
- 2) Parmi les complexes a, b et c , lesquels sont solutions du système (S) ? (justifier la réponse).
- 3) Soit le point M d'affixe z , et A un point d'affixe 6, traduire géométriquement les deux contraintes

EXERCICE 49

- 1- Donner les solutions de $z^4 = 1$
- 2- Résoudre $z^4 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3- Résoudre $z^8 + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z^4 + \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$

EXERCICE 50:

1- Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ les systèmes suivants d'inconnus **m ; p ; q u v z₁ et z₂**

EXERCICE 52

On considère le polynôme défini par : $P(z) : z^3 - 3\sqrt{2}(1+i)z^2 + 4(1+3i)z - 8i\sqrt{2}$

- 1- Calculer $P(\sqrt{2} + i\sqrt{2})$
- 2- Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) : (z - \sqrt{2} - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$
- 3- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$
- 4- Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_0 = \sqrt{2} + i(\sqrt{2} - 2)$; $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
 $z_2 = \sqrt{2} + i(\sqrt{2}$

EXERCICE 56...

- 1- On considère l'équation défini par : $(E): z^2 - 2(1 - \sqrt{2})z + 2(2 - \sqrt{2}) = 0$
 - a- Montrer que $\sqrt{\Delta} = 2i$ puis détruire les solutions z_1 et z_2 avec $\text{Im}(z_1) < 0$
 - b- Montrer que $z_2^2 = 2(1 - \sqrt{2})(1 + i)$ puis déterminer $|z_2^2|$ et $\arg(z_2^2)$
 - c- Déduire $|z_2|$ et $\arg(z_2)$
 - d- Montrer que $(1 + i)z_1 = -\sqrt{2} \overline{z_1}$
 - e- Déterminer $\arg(z_1)$ de trois façons différentes puis déduire la forme trigonométrique de z_1 et dé

b- Construire l'image de B du point A tels que $z_A = -1$

EXERCICE 59:

- 1- Vérifier que: $(\sqrt{2} + 2i)^2 = -2 + 4i\sqrt{2}$
- 2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (\sqrt{2} + 2)z + 2 + \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 0$
- 3- Dans plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on donne les points A; B; C et D d'abscisses respectives $z_A = 1$; $z_B = 1 - i$; $z_C = 1 + i + \sqrt{2}$ et $z_D = 2i + \sqrt{2}$ (1 unite=3cm). On note $(\$

4. Représenter graphiquement $f(\Sigma)$, Σ , leurs foyers, leurs directrices et leurs axes.

EXERCICE 64:

1- Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ On considère la $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$ des points

M_n d'affixes z_n tels que :
$$\begin{cases} z_0 = 1 + i \\ z_{n+1} = \left(\frac{3}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}\right) z_n \end{cases} \quad \text{On pose } T_n = \arg(z_n).$$

