

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	CONTROLE	Situation Scolaire N°1 Date : 19 Septembre 2026
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : Tle D	Durée : 04 heures	Coef: 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES
15 POINTS
Exercice 1 : 03 Points

L'exercice comporte quatre questions indépendantes. Pour chacune d'elles, quatre réponses sont proposées, une seule réponse est exacte, la choisir et écrire la lettre correspondante sur votre feuille de composition. (Exemple : 5-D).

0,75pt × 4

		A	B	C	D
1	$Z = \frac{2+4i}{2-i}$	$ z = 1$	$Z = \bar{Z}$	Z est un nombre imaginaire pur.	$Z = \frac{2}{3}i$
2	soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $(z+i)(1+i\sqrt{3}) = 1+i$. Alors le module de $z+i$ est :	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{z^2+1}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
3	z est telle que $\bar{z} + z = 6 + 2i$; l'écriture algébrique de z est :	$\frac{8}{3} - 2i$	$-\frac{8}{3} - 2i$	$\frac{8}{3} + 2i$	$-\frac{8}{3} + 2i$
4	Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $ 1+iz = 1-iz $. Alors :	z est un imaginaire pur	z est un réel	$ z = 1$	$\frac{1+iz}{1-iz} = 1$

Exercice 2 : 04,5 Points

Soit z un nombre complexe non nul et $\bar{z}$ le conjugué de z. On pose $u = \frac{\overline{iz+1}}{z} - \frac{\overline{(1-z)}}{\bar{z}}$.

- Montrer que $u = 1 - i$. **1pt**
- Déterminer le module de u^6 . **0,5pt**
- On désigne par A, B, C et D les points du plan complexe d'affixes respectives : u ; $\bar{u}$; $\frac{1}{u}$ et $\overline{\left(\frac{1}{u}\right)}$.
 - Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D. **1,25pt**
 - Placer dans un repère orthonormé, les points A, B, C et D. **1pt**
 - Déterminer la nature du quadrilatère ABCD et calculer son aire. **0,75pt**

Exercice 3 : 04,5 Points

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :
(E): $z^3 + 2(1+i)z^2 + (2+3i)z - 1 + 3i = 0$.

- Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 à déterminer. **1pt**
- Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que :
 $z^3 + 2(1+i)z^2 + (2+3i)z - 1 + 3i = (z+i)(az^2 + bz + c)$. **1pt**
- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E). **1pt**

4- En déduire dans $\mathbb{C}$, la résolution de l'équation :

$$\left(\frac{z}{1+z}\right)^3 + 2(1+i)\left(\frac{z}{1+z}\right)^2 + (2+3i)\left(\frac{z}{1+z}\right) - 1 + 3i = 0.$$

1,5pt

Exercice 4 : 03 Points

1- Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$, le système d'équations $\begin{cases} iz - z' = 2i \\ (1-i)z + (2+i)z' = 1 + 4i \end{cases}$.

1pt

2- Soit F la fraction définie pour tout complexe $z \neq -i$ par $F(z) = \frac{iz+3-4i}{z+i}$.

a) Démontrer qu'il existe deux valeurs de z , que l'on déterminera, tel que $F(z) = z$.

1pt

b) Déterminer l'ensemble (T) des points M d'affixe z tels que $F(z)$ soit réel.

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

05 POINTS

Situation :

Le village du Chef Toko est une petite localité dans laquelle une compagnie téléphonique a installé un pilonne. Ce pilonne a une couverture réseau qui est délimitée par l'ensemble (C) des points $M(z)$ du plan complexe tels que $|iz + 3 - 4i| \leq 3$, i étant le nombre complexe dont le carré est égal à -1 . Le secteur E dans lequel habite l'athlète Babou a la forme d'un triangle dont les sommets sont les solutions de l'équation complexe $z^3 - (5 + 7i)z^2 - (4 - 25i)z - 12i + 30 = 0$, deux des trois sommets ayant pour coordonnées cartésiennes $(0; 2)$ et $(3; 0)$.

Le chef Toko reçoit de cette compagnie, une connexion illimitée, mais il ne doit pas excéder 64 gigas pendant un mois sinon le surplus lui sera facturé à 300 francs CFA pour 500 mégas. Le nombre de mégabits consommés par le Chef Toko durant le mois d'Août dernier est $n = 10^4 |z \times z'|$ où z et z' sont des nombres complexes solutions du système d'équations suivant : $\begin{cases} iz + 2z' = -1 - 5i \\ -z + (1+i)z' = 3 - 5i \end{cases}$.

Ce village a deux entrées principales, ces entrées peuvent être matérialisées sur une grande carte (réalisée à l'échelle $\frac{1}{10}$) comme étant les points de rencontre des deux courbes d'équations : $2xy - y = 3$ et $x^2 - y^2 - x = 1$. Babou, pour son entraînement, court chaque jour d'une entrée à l'autre en se déplaçant à la vitesse moyenne de 35 kilomètres par heure.

N.B : L'unité est le km ; $\text{longueur réelle} = \frac{\text{longueur sur la carte}}{\text{échelle}}$; $\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$; 1giga = 1000 mégas

Tâches

1- Le secteur E est-il entièrement couvert par le réseau de cette compagnie ?

1,5pt

2- Combien le chef Toko a-t-il payé pour sa connexion pendant le mois d'Août ?

1,5pt

3- Déterminer le temps que met Babou pour partir d'une entrée à l'autre du village pendant son entraînement.

1,5pt

Présentation : 0,5pt