



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (14pt)

EXERCICE 1 : 2pts

- 1) Résoudre dans IR l'Equation (E) : $2x^2 + 2x - 12 = 0$ 1pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -6 \end{cases}$ 1pt

EXERCICE 2 : 6pts

Soit **P** un polynôme de degré 3 défini par $p(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

- 1) Vérifie que 1 est une racine de **p** 0,75pt
- 2) Détermine deux réels **a** et **b** tels que $p(x) = (x - 1)(x^2 + ax + b)$ 2pts
- 3) Résous dans IR l'Equation $p(x) = 0$ 1,25pts
- 4) Résous dans IR l'inéquation $p(x) > 0$ 2pts

EXERCICE 3 : 6pts

1-a) résous dans $\mathbb{R}^2$ le système d'Equations suivant :

$$(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 9800 \\ x + 4y = 8900 \end{cases} \quad \text{1,5pts}$$

b) en déduire la résolution du système :

$$(S') : \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 9800 \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 8900 \end{cases} \quad \text{1,5pts}$$

2- pour assister à un spectacle, la famille KEMOGNE composé de deux adultes et trois enfants a payé 9800 FCFA. Mme FANTA accompagne de ses 4 enfants a payé 8900 FCFA.

- a) Traduire cette situation par un système d'Equations 1,5pts
- b) Quel est le prix d'un billet d'entrer pour adulte et un billet d'entrer pour enfant ? 1,5pts

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 6pts

Un agriculteur veut partager en parts égale une somme de 30 000 FCFA entre un certain nombre de ses enfants. S'il y'avait 4 enfants de moins, la part de chacun serait augmentée de 1250 FCFA. Pour ses travaux d'irrigation, il dispose de deux pompes, une pompe A qui met 15 minutes de plus qu'une pompe B pour vider un puits d'eau. Les deux pompes en même temps mettent 56 minutes pour vider le puits d'eau. Afin d'Ecraser le mil après la récolte, il a acheté un moulin à 525 000 FCFA après deux remises de $x\%$ sur le prix initial de 600 000 FCFA.

- 1) Détermine la part initiale de chaque enfant de l'agriculteur. 2pts
- 2) Quel temps faut-il à chacune des deux pompes de l'agriculteur ? 2pts
- 3) Détermine la valeur de x 2pts

Correction de l'épreuve de mathématiques

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (14 pts)

EXERCICE 1 (2 pts)

1. **Résolution de l'équation (E) :** $2x^2 + 2x - 12 = 0$

On simplifie par 2 : $x^2 + x - 6 = 0$.

Discriminant : $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25$.

$\sqrt{\Delta} = 5$.

Les solutions sont :

$$x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1 + 5}{2} = 2.$$

Donc $S = \{-3; 2\}$.

2. **Résolution du système :**

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -6 \end{cases}$$

x et y sont les solutions de l'équation $t^2 - (x + y)t + xy = 0$, soit $t^2 + t - 6 = 0$.

$\Delta = 1 + 24 = 25$, donc $t_1 = -3$ et $t_2 = 2$.

Les couples solutions sont $(-3; 2)$ et $(2; -3)$.

$$S = \{(-3; 2); (2; -3)\}.$$

EXERCICE 2 (6 pts)

Soit $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$.

1. **Vérification que 1 est une racine :**

$$P(1) = 1^3 + 3 \times 1^2 - 1 - 3 = 1 + 3 - 1 - 3 = 0.$$

Donc 1 est bien une racine de P .

2. **Détermination de a et b :**

On cherche a, b tels que $P(x) = (x - 1)(x^2 + ax + b)$.

Développons :

$$(x - 1)(x^2 + ax + b) = x^3 + ax^2 + bx - x^2 - ax - b = x^3 + (a - 1)x^2 + (b - a)x - b.$$

Par identification avec $x^3 + 3x^2 - x - 3$:

$$\begin{cases} a - 1 = 3 \\ b - a = -1 \\ -b = -3 \end{cases}$$

On trouve $a = 4$, $b = 3$.

Ainsi $P(x) = (x - 1)(x^2 + 4x + 3)$.

3. **Résolution de $P(x) = 0$:**

$$(x-1)(x^2+4x+3) = 0.$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1.$$

$$x^2+4x+3=0 : \Delta = 16-12=4, \text{ donc } x = \frac{-4 \pm 2}{2}, \text{ soit } x = -1 \text{ ou } x = -3.$$

$$S = \{-3; -1; 1\}.$$

4. **Résolution de $P(x) > 0$:**

$$\text{On factorise : } x^2+4x+3 = (x+1)(x+3).$$

$$\text{Donc } P(x) = (x-1)(x+1)(x+3).$$

Tableau de signes :

x	$-\infty$	-3	-1	1	
$+\infty$					
$x+3$		$-$	0	$+$	$+$
$+$					
$x+1$		$-$		$-$	0
$+$					
$x-1$		$-$		$-$	0
$+$					
$P(x)$		$-$	0	$+$	0
$+$					

$$P(x) > 0 \text{ pour } x \in]-3; -1[\cup]1; +\infty[.$$

$$S =]-3; -1[\cup]1; +\infty[.$$

EXERCICE 3 (6 pts)

1. (a) **Résolution du système (S) :**

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9800 \\ x + 4y = 8900 \end{cases}$$

$$\text{De la deuxième équation : } x = 8900 - 4y.$$

Remplaçons dans la première :

$$2(8900 - 4y) + 3y = 9800 \Rightarrow 17800 - 8y + 3y = 9800 \Rightarrow -5y = -8000 \Rightarrow y = 1600.$$

$$\text{Alors } x = 8900 - 4 \times 1600 = 8900 - 6400 = 2500.$$

$$S = \{(2500; 1600)\}.$$

(b) **Résolution du système (S') :**

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 9800 \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 8900 \end{cases}$$

Posons $X = \frac{1}{x}$ et $Y = \frac{1}{y}$. Le système devient :

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 9800 \\ X + 4Y = 8900 \end{cases}$$

C'est le même que (S), donc $X = 2500$ et $Y = 1600$.

$$\text{Ainsi } \frac{1}{x} = 2500 \Rightarrow x = \frac{1}{2500} \text{ et } \frac{1}{y} = 1600 \Rightarrow y = \frac{1}{1600}.$$

$$S' = \left\{ \left(\frac{1}{2500}; \frac{1}{1600} \right) \right\}.$$

2. (a) **Traduction de la situation :**

Soit x le prix d'un billet pour adulte et y le prix d'un billet pour enfant.

Famille KEMOGNE : $2x + 3y = 9800$.

Mme FANTA : $x + 4y = 8900$.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9800 \\ x + 4y = 8900 \end{cases}$$

(b) **Prix des billets :**

D'après 1-a), $x = 2500$ et $y = 1600$.

Un billet pour adulte coûte **2500 FCFA** et un billet pour enfant coûte **1600 FCFA**.

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (6 pts)

1. **Part initiale de chaque enfant :**

Soit n le nombre d'enfants. La part initiale est $\frac{30000}{n}$.

S'il y avait 4 enfants de moins ($n - 4$), la part serait $\frac{30000}{n-4}$ et elle serait augmentée de 1250 FCFA :

$$\frac{30000}{n-4} = \frac{30000}{n} + 1250.$$

$$\frac{30000}{n-4} - \frac{30000}{n} = 1250$$

$$\frac{30000n - 30000(n-4)}{n(n-4)} = 1250$$

$$\frac{120000}{n(n-4)} = 1250$$

$$n(n-4) = \frac{120000}{1250} = 96$$

$$n^2 - 4n - 96 = 0.$$

$$\Delta = 16 + 384 = 400, \sqrt{\Delta} = 20.$$

$$n = \frac{4+20}{2} = 12 \text{ (on rejette la solution négative).}$$

Il y a donc 12 enfants.

Part initiale : $\frac{30000}{12} = 2500$ FCFA.

Chaque enfant reçoit initialement 2500 FCFA.

2. **Temps mis par chaque pompe :**

Soit t_B le temps (en minutes) de la pompe B. La pompe A met 15 minutes de plus, donc $t_A = t_B + 15$.

Ensemble, elles mettent 56 minutes : $\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{56}$.

$$\frac{1}{t_B + 15} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{56}$$

$$\frac{2t_B + 15}{t_B(t_B + 15)} = \frac{1}{56}$$

$$56(2t_B + 15) = t_B(t_B + 15)$$

$$112t_B + 840 = t_B^2 + 15t_B$$

$$t_B^2 - 97t_B - 840 = 0.$$

$$\Delta = 97^2 + 4 \times 840 = 9409 + 3360 = 12769, \sqrt{\Delta} = 113.$$

$$t_B = \frac{97+113}{2} = 105 \text{ minutes (l'autre solution est négative).}$$

$$t_A = 105 + 15 = 120 \text{ minutes.}$$

La pompe A met 120 minutes (2 h) et la pompe B met 105 minutes (1 h 45 min).

3. **Valeur de x :**

Prix initial : 600 000 FCFA. Après deux remises successives de $x\%$, le prix est 525 000 FCFA.

$$600000 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = 525000$$

$$\left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = \frac{525000}{600000} = \frac{7}{8} = 0,875$$

$$1 - \frac{x}{100} = \sqrt{0,875} \approx 0,9354$$

$$\frac{x}{100} = 1 - 0,9354 = 0,0646$$

$$x \approx 6,46.$$

La valeur de x est environ 6,46 %.