



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (12,75pt)

EXERCICE 1 : 5pts

Choisir la bonne réponse parmi les trois réponses proposées

1) Le discriminant du polynôme $p(x) = -2x^2 + 5x - 3$ est égal à : 1pt

a) $\Delta = -1$ b) $\Delta = 1$ c) $\Delta = 49$

2) La solution de l'équation $\frac{3x-1}{3x+1}$ est : 1pt

a) $S = \{\frac{1}{3}\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \{-\frac{1}{3}\}$

3) La forme canonique du polynôme $H(x) = x^2 - 4x + 3$ est : 1pt

a) $(x+2)^2 - 1$ b) $(x-2)^2 + 1$ c) $(x-2)^2 - 1$

4) La solution de l'équation $\frac{2x-6}{x+2} \geq 0$ est : 1pt

a) $S =]-2 ; 3[$ b) $S =]-\infty ; -2[\cup [3 ; +\infty [$ c) $S = \emptyset$

5) La solution de l'équation $3x^2 + 4x - 7$ est : 1pt

a) $S = \{-\frac{7}{3} ; 1\}$ b) $S = \{-\frac{4}{3}\}$ c) $S = \{1 ; \frac{7}{3}\}$

EXERCICE 2 : 3,75pts

On considère le polynôme $p(x) = x^2 - (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2}$

1) Montre que $(\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$ et $(\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$ 1pt

2) Montrer que le discriminant de $p(x)$ est $\Delta = 3-2\sqrt{2}$ 0,75pt

3) Donne la forme canonique de $p(x)$ 1pt

4) Résoudre l'équation $p(x) = 0$ 1pt

EXERCICE 3 : 4pts

1) Soit a et b deux nombres réels tels que $a + b = 10$ et $a \times b = 21$. Calcul les valeurs a et b 1pt

2-a) résous l'équation $\frac{3x+5}{x-2} = 6$ 1,5pts

b) Résous l'inéquation $\frac{x-2}{x-3} \leq 3$ 1,5pts

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETANCES 7,25pts

Moussa possède un champ rectangulaire dont il a oublié les dimensions. Il se rappelle juste que son champ a pour aire $180m^2$ et pour périmètre 54m. il contacte un groupe de jeune pour défricher son champ. Ces jeunes lui demandent une somme de 54000fcfa qu'ils vont se partager équitablement après avoir défrichés le champ. Le jour de la défriche, deux des jeunes sont absents et la part de chacun augmente de 300fcfa. Par ailleurs, Moussa est un artisan qui fabrique des chaussures et son bénéfice journalier est modélisé par

la fonction $B(x) = \frac{2x-60}{x+3}$

1) Combien de jeunes comptait le groupe de défriche ? 2,5pts

2) Quels sont les dimensions du terrain de Moussa ? 2,5pts

3) Combien de chaussures doit vendre Moussa pour réaliser les bénéfices ? 2,5pts

Présentation 0,5pt

CORRECTION - ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Classe: 1^{ère} A4 - Durée: 2h - Coef: 2

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (12,75 pts)

EXERCICE 1 (5 pts) - QCM

1) **Réponse : b)** $\Delta = 1$

Pour $p(x) = -2x^2 + 5x - 3$, on a $a = -2, b = 5, c = -3$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(-2)(-3) = 25 - 24 = 1.$$

2) **Réponse : a)** $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

L'équation est $\frac{3x-1}{3x+1} = 0$.

Une fraction est nulle si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.

$$3x - 1 = 0 \implies x = \frac{1}{3}. \text{ (Le dénominateur vaut } 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = 2 \neq 0 \text{).}$$

3) **Réponse : c)** $(x-2)^2 - 1$

$$H(x) = x^2 - 4x + 3 = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 3 = (x-2)^2 - 1.$$

4) **Réponse : b)** $S =]-\infty; -2[\cup [3; +\infty[$

L'inéquation est $\frac{2x-6}{x+2} \geq 0$.

Le numérateur s'annule en $x = 3$ et le dénominateur en $x = -2$.

En faisant le tableau de signes, la fraction est positive sur $] -\infty; -2[$ et sur $[3; +\infty[$.

5) **Réponse : a)** $S = \left\{ -\frac{7}{3}; 1 \right\}$

Pour $3x^2 + 4x - 7 = 0$, on remarque que $a + b + c = 3 + 4 - 7 = 0$.

Les racines sont donc $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{7}{3}$.

EXERCICE 2 (3,75 pts)

On considère le polynôme $p(x) = x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$

1) **Montrer que** $(\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ et $(\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$

$$- (\sqrt{2} + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(1) + 1^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$- (\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2})(1) + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$$

2) **Montrer que le discriminant de $p(x)$ est $\Delta = 3 - 2\sqrt{2}$**

Pour $p(x) = x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$, on a $a = 1, b = -(\sqrt{2} + 1), c = \sqrt{2}$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-(\sqrt{2} + 1))^2 - 4(1)(\sqrt{2})$$

$$\Delta = (\sqrt{2} + 1)^2 - 4\sqrt{2} = (3 + 2\sqrt{2}) - 4\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}.$$

3) **Donner la forme canonique de $p(x)$**

La forme canonique est $p(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = \frac{-\Delta}{4a}$.

$$- \alpha = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$$

$$- \beta = \frac{-(3 - 2\sqrt{2})}{4} = \frac{2\sqrt{2} - 3}{4}$$

$$\text{Forme canonique : } p(x) = \left(x - \frac{\sqrt{2} + 1}{2}\right)^2 + \frac{2\sqrt{2} - 3}{4}$$

4) Résoudre l'équation $p(x) = 0$

On remarque que $\Delta = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$. Comme $\sqrt{2} - 1 > 0$, on a $\sqrt{\Delta} = \sqrt{2} - 1$.

Les racines sont :

$$- x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$- x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1)}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

L'ensemble des solutions est $S = \{1; \sqrt{2}\}$.

EXERCICE 3 (4 pts)

1) Calculer les valeurs de a et b

a et b sont deux réels tels que leur somme est 10 et leur produit est 21. Ils sont donc solutions de l'équation $X^2 - 10X + 21 = 0$.

$$\Delta = (-10)^2 - 4(1)(21) = 100 - 84 = 16. \sqrt{\Delta} = 4.$$

$$X_1 = \frac{10 - 4}{2} = 3 \text{ et } X_2 = \frac{10 + 4}{2} = 7.$$

Donc $\{a; b\} = \{3; 7\}$.

2) a) Résoudre l'équation $\frac{3x + 5}{x - 2} = 6$

Condition d'existence : $x \neq 2$.

$$3x + 5 = 6(x - 2)$$

$$3x + 5 = 6x - 12$$

$$-3x = -17 \implies x = \frac{17}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{17}{3} \right\}$$

3) b) Résoudre l'inéquation $\frac{x - 2}{x - 3} \leq 3$

Condition d'existence : $x \neq 3$.

$$\frac{x - 2}{x - 3} - 3 \leq 0 \iff \frac{x - 2 - 3(x - 3)}{x - 3} \leq 0 \iff \frac{-2x + 7}{x - 3} \leq 0$$

Étude des signes :

$$- 2x + 7 = 0 \iff x = \frac{7}{2}. \text{ Le terme est positif sur }] - \infty; \frac{7}{2}] \text{ et négatif sur } [\frac{7}{2}; +\infty[.$$

$$- x - 3 = 0 \iff x = 3. \text{ Le terme est négatif sur }] - \infty; 3[\text{ et positif sur }]3; +\infty[.$$

Le quotient est négatif ou nul sur $] - \infty; 3[\cup [\frac{7}{2}; +\infty[$.

$$S =] - \infty; 3[\cup [\frac{7}{2}; +\infty[$$

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,25 pts)

1) Combien de jeunes comptait le groupe de défriche ?

Soit n le nombre initial de jeunes. La part de chacun est $\frac{54000}{n}$.

Avec 2 absents, ils sont $(n - 2)$ et la part devient $\frac{54000}{n - 2}$.

L'équation traduisant l'augmentation de 300 FCFA est :

$$\frac{54000}{n - 2} - \frac{54000}{n} = 300$$

En divisant par 300 : $\frac{180}{n-2} - \frac{180}{n} = 1$

En mettant au même dénominateur : $\frac{180n - 180(n-2)}{n(n-2)} = 1 \implies 360 = n^2 - 2n$

$$n^2 - 2n - 360 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-360) = 4 + 1440 = 1444. \sqrt{\Delta} = 38.$$

$$n_1 = \frac{2-38}{2} = -18 \text{ (à rejeter car } n > 0) \text{ et } n_2 = \frac{2+38}{2} = 20.$$

Le groupe comptait initialement 20 jeunes.

2) Quels sont les dimensions du terrain de Moussa ?

Soit L et l les dimensions du rectangle.

$$\text{Périmètre : } 2(L + l) = 54 \implies L + l = 27$$

$$\text{Aire : } L \times l = 180$$

L et l sont donc les solutions de l'équation $X^2 - 27X + 180 = 0$.

$$\Delta = (-27)^2 - 4(1)(180) = 729 - 720 = 9. \sqrt{\Delta} = 3.$$

$$X_1 = \frac{27-3}{2} = 12 \text{ et } X_2 = \frac{27+3}{2} = 15.$$

Les dimensions du terrain sont 12 m et 15 m.

3) Combien de chaussures doit vendre Moussa pour réaliser des bénéfices ?

Le bénéfice est modélisé par $B(x) = \frac{2x-60}{x+3}$ (où x est le nombre de chaussures, $x \geq 0$).

Pour réaliser un bénéfice, il faut que $B(x) > 0$.

Puisque $x \geq 0$, le dénominateur $(x+3)$ est strictement positif.

La fraction est donc positive si et seulement si son numérateur est strictement positif :

$$2x - 60 > 0 \iff 2x > 60 \iff x > 30.$$

Moussa doit vendre strictement plus de 30 chaussures (soit au moins 31 chaussures) pour réaliser un bénéfice.