



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1 : 3pts

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par **vrai ou faux**, en suivant le modèle **7_vrai**.

- | | |
|--|-------|
| 1) Si le PGCD (a, b) = b alors b est un multiple de a | 0,5pt |
| 2) Si a et b sont premiers entre eux, alors PPCM (a ; b) = 1 | 0,5pt |
| 3) PGCD (a ; b) × PPCM (a ; b) = a × b | 0,5pt |
| 4) PGCD (24a ; 24) = 24 | 0,5pt |
| 5) 1537 est un nombre premier | 0,5pt |
| 6) Les nombres 2241 et 222 ne sont pas premiers entre eux | 0,5pt |

EXERCICE 2 : 5pts

On considère les nombres entiers naturels.

$$a = 3 \times 5 \times 7^2 ; b = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \text{ et } c = 100100$$

- | | |
|---|-------|
| 1-a) donne le nombre de diviseurs positifs de a | 0,5pt |
| b) écris l'ensemble B des diviseurs positifs de b | 1pt |
| c) décompose c en produit de facteurs premiers | |
| 2-a) calcule le PGCD (a ; b) | 1pt |
| b) calcule le PPCM (a ; b) | 1pt |
| 3-a) rend irréductible la fraction $\frac{735}{1050}$ | 0,5pt |

EXERCICE 3 : 4,25pts

A- Un nombre entier naturel est dit parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres, c'est à dire ses diviseurs autres que lui-même.

Exemple : les diviseurs propres de 6 sont 1 ; 2 ; 3 et $1+2+3 = 6$ donc 6 est un nombre parfait.

- | | |
|--|-----|
| 1) Justifie que 28 est un nombre parfait | 1pt |
| 2) 18 est-il un nombre parfait ? justifie. | 1pt |
- B) un carreleur doit revêtir une surface de forme rectangulaire de dimension 6,25 m sur 4,70 en utilisant des carreaux carrés de plus grandes dimensions possible dont la longueur est un nombre entier (sans découpe) et les carreaux doivent être accolés les uns aux autres.
- | | |
|--|--------|
| 1) détermine la longueur du côté d'un carreau. | 1pt |
| 2) détermine le nombre total de carreaux nécessaires pour ce revêtement. | 1,25pt |

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 6,75pts

Un jeune entrepreneur camerounais installé dans la ville de Yaoundé vient de mettre sur pieds une petite usine de production de glaçons de forme cubique.

Pour la conservation et le transport de ses glaçons, il souhaite les remplir dans les caisses ayant la forme d'un parallélépipède rectangle donc les arrêts mesurent 448mm ,728mm et 840 mm en utilisant le moins de cubes de glaçons possibles.

Dans son usine se trouve deux lignes de production qui fonctionnent sans arrêt, une fois actionnées. Chaque ligne émet un signal lumineux quand sa production est terminée. La ligne A émet un signal toutes les 24 minutes et la ligne B toutes les 40 minutes. A 12h15 minutes on voit apparaître simultanément les deux signaux lumineux.

Afin de vulgariser son produit il a lancé un recrutement de 294 agents commerciaux soit 126 garçons et 168 filles. Tous ces agents seront répartis dans des groupes identiques. Il souhaite former le plus grand nombre possible de même composition en filles et en garçons. Chaque groupe fera la promotion dans un marché de la ville.

Taches

- 1) Quel sera le nombre de cubes de glaçons nécessaires pour remplir une caisse 2,25pts
- 2) Quel sera le nombre de marchés couverts par ces agents commerciaux ? 2,25pts
- 3) A quelle heure les deux signaux seront émis pour la prochaine fois ? quel sera alors le nombre de production pour chaque ligne ? 2,25pts

Ministère des Enseignements Secondaires
COLLÈGE LA PRÉVOYANCE
BP : 4500 - Département de Mathématiques

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Classe : 4^e | Durée : 2h | Coefficient : 4
Épreuve : Mathématiques

1. PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 (3 points)

1) **Faux**

Si $PGCD(a, b) = b$, cela signifie que b divise a . Donc c'est a **qui est un multiple de b** (et non l'inverse).

2) **Faux**

Si a et b sont premiers entre eux, leur $PGCD(a, b) = 1$. Leur $PPCM(a, b)$ est égal au produit $a \times b$.

3) **Vrai**

C'est une propriété fondamentale : $PGCD(a, b) \times PPCM(a, b) = a \times b$.

4) **Vrai**

Puisque 24 divise $24a$, le plus grand diviseur commun à $24a$ et 24 est 24.

5) **Faux**

1537 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 29 : $1537 = 29 \times 53$.

6) **Vrai**

La somme des chiffres de 2241 est 9 (donc divisible par 3). La somme des chiffres de 222 est 6 (donc divisible par 3). Ils ont donc 3 comme diviseur commun, ils ne sont pas premiers entre eux.

Exercice 2 (5 points)

On considère : $a = 3 \times 5 \times 7^2$ et $b = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$

- 1 a) Le nombre de diviseurs positifs de a se calcule avec la formule $(n_1 + 1)(n_2 + 1)(n_3 + 1)$ où n_i sont les exposants des facteurs premiers.

Réponse

Nombre de diviseurs de $a = (1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 2 \times 3 = \mathbf{12}$

- b) $b = 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1 = 1050$.

Réponse

$B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 10; 14; 15; 21; 25; 30; 35; 42; 50; 70; 75; 105; 150; 175; 210; 350; 525; 1050\}$

- c) Décomposition de $c = 100100$ en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 100100 &= 100 \times 1001 \\ &= (2^2 \times 5^2) \times (7 \times 11 \times 13) \end{aligned}$$

Résultat final

$$c = 2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$$

2 a) $PGCD(a, b) = 3^1 \times 5^1 \times 7^1$

Résultat final

$$PGCD(a, b) = 105$$

b) $PPCM(a, b) = 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^2 = 2 \times 3 \times 25 \times 49$

Résultat final

$$PPCM(a, b) = 7350$$

3 Pour rendre la fraction $\frac{735}{1050}$ irréductible, on divise le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.

$$735 = 3 \times 5 \times 7^2$$

$$1050 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$PGCD(735; 1050) = 3 \times 5 \times 7 = 105$$

Résultat final

$$\frac{735}{1050} = \frac{735 \div 105}{1050 \div 105} = \frac{7}{10}$$

Exercice 3 (4,25 points)

A- Un nombre entier naturel est dit *parfait* s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres (diviseurs autres que lui-même).

1) Les diviseurs propres de 28 sont : 1; 2; 4; 7; 14.

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

Résultat final

Puisque la somme est égale au nombre lui-même, 28 **est bien un nombre parfait**.

2) Les diviseurs propres de 18 sont : 1; 2; 3; 6; 9.

$$1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21 \neq 18$$

Résultat final

Comme $21 \neq 18$, 18 **n'est pas un nombre parfait**.

B- Pour que les carreaux soient de plus grande dimension possible sans découpe, leur côté doit être le PGCD des dimensions de la pièce. On convertit en centimètres : $6,25\text{ m} = 625\text{ cm}$ et $4,70\text{ m} = 470\text{ cm}$.

1) Décompositions en facteurs premiers :

$$625 = 5^4$$

$$470 = 2 \times 5 \times 47$$

$$PGCD(625; 470) = 5$$

Résultat final

La longueur du côté d'un carreau est de **5 cm**.

2) Nombre de carreaux :

$$\text{Sur la longueur : } 625 \div 5 = 125$$

$$\text{Sur la largeur : } 470 \div 5 = 94$$

$$\text{Total : } 125 \times 94 = 1175$$

Résultat final

Nombre total de carreaux : **1175 carreaux**.

2. PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (6,75 points)

Tâche 1 : Nombre de cubes de glaçons (2,25 points)

Pour utiliser le moins de cubes possible, il faut que les cubes soient les plus grands possibles. Leur arête sera donc le *PGCD* des dimensions de la caisse.

Décompositions en facteurs premiers :

$$448 = 2^6 \times 7$$

$$728 = 2^3 \times 7 \times 13$$

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$PGCD(448; 728; 840) = 2^3 \times 7 = 56 \text{ mm}$$

L'arête d'un glaçon mesure donc 56 mm.

Nombre de glaçons :

$$\frac{448}{56} \times \frac{728}{56} \times \frac{840}{56} = 8 \times 13 \times 15 = 1560$$

Résultat final

Nombre de cubes de glaçons : **1560 cubes**.

Tâche 2 : Nombre de marchés couverts (2,25 points)

Pour former le plus grand nombre de groupes identiques, le nombre de groupes sera le *PGCD* du nombre de garçons et du nombre de filles.

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$PGCD(126; 168) = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

Résultat final

Il y aura **42 groupes (ou marchés)** couverts par ces agents commerciaux.

Chaque groupe sera composé de $126 \div 42 = 3$ garçons et $168 \div 42 = 4$ filles.

Tâche 3 : Signaux lumineux et productions (2,25 points)

Les signaux réapparaîtront simultanément après un intervalle de temps égal au *PPCM* de leurs périodes respectives.

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$PPCM(24; 40) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \text{ minutes}$$

120 minutes = 2 heures.

1) Heure du prochain signal :

Résultat final

$$12\text{h}15\text{min} + 2\text{h} = \mathbf{14\text{h}15\text{min}}$$

2) Nombre de productions pour la ligne A :

Résultat final

$$120 \div 24 = \mathbf{5} \text{ productions}$$

3) Nombre de productions pour la ligne B :

Résultat final

$$120 \div 40 = \mathbf{3} \text{ productions}$$

Fin de la correction