

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2026-2027
Département de Mathématiques	Contrôle du 19/09/2026	Situation 1
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : PC et PCE	Durée : 2H45min	coefficient : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

(15 points)

EXERCICE 1 : (04,50 points)

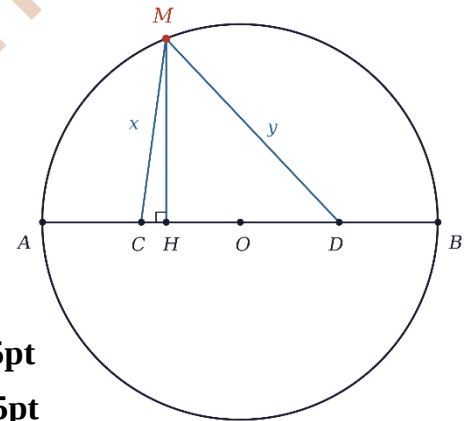
- 1) On considère le polynôme F défini par $F(x) = x^2 + (1 - \sqrt{2})x - 2 - 2\sqrt{2}$. On rappelle que : $11 + 6\sqrt{2} = (3 + \sqrt{2})^2$.
- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F(x) = 0$. 0,5pt
- b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $4x^2 + (2\sqrt{2} - 2)x - 2 - 2\sqrt{2} < 0$. 1pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes. (0,75pt+0,5pt+1pt+0,75pt)
- a) $\sqrt{5+x} \leq 7-x$; b) $\sqrt{3-x} = x+3$; c) $\frac{3x-1}{x+3} \leq \frac{x-12}{x+4}$ d) $x^4 + x^2\sqrt{3} - 6 = 0$.

EXERCICE 2 : (04,25 points)

Les parties I et II sont indépendantes.

I/ On considère un cercle (Γ) de centre O et de diamètre $AB = 4$. On désigne par C et D les milieux respectifs de $[OA]$ et $[OB]$, par M un point quelconque du cercle (Γ) et par H sa projection orthogonale sur $[AB]$. On pose $CM = x$ et $DM = y$.

- 1) Montrer que, quelle que soit la position du point M , on a : $x^2 + y^2 = 10$. 0,5pt
- 2) Déterminer x et y sachant que $x + y = \frac{17}{4}$. 0,75pt
- 3) Quelle position doit occuper M sur le cercle pour que l'on ait $HM = \sqrt{3}$? 0,5pt



- II/ On considère le système $(S): \begin{cases} (x^2 + 1)(y^2 + 1) = 10 \\ (x + y)(xy - 1) = 3 \end{cases}$.
- 1) Montrer que $(x^2 + 1)(y^2 + 1) = (xy)^2 + [(x + y)^2 - 2xy] + 1$. 0,25pt
- 2) En posant $x + y = a$ et $xy = b$, en déduire que $\begin{cases} b^2 + a^2 - 2b = 9 \\ a(b - 1) = 3 \end{cases}$. 0,25pt
- 3) a) Justifier que $b^2 + a^2 - 2b = a^2 + (b - 1)^2 - 1$. 0,25pt
- b) En posant $c = b - 1$, montrer que (S) est équivalent au système : $\begin{cases} a^2 + c^2 = 10 \\ a^2 c^2 = 9 \end{cases}$. 0,25pt
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} a^2 + c^2 = 10 \\ a^2 c^2 = 9 \end{cases}$. 1pt
- 4) En déduire dans $\mathbb{R}^2$, l'ensemble solution du système (S) . 0,5pt

EXERCICE 3 : (03,00 points)

- 1) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x le polynôme P défini par : $P(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$. 0,25pt
- 2) P_m est une famille de polynômes qui admet trois racines : $x_0 = m + 1$; $x_1 = m + \sqrt{2}$ et $x_2 = m - \sqrt{2}$ où $m \in \mathbb{R}$ et $m > 1$ tel que $P_m(x) = x^3 + a_m x^2 + b_m x + c_m$.
- a) Déterminer en fonction de m les expressions de a_m , b_m et c_m . 0,75pt

- b) Déterminer le polynôme de la famille de P_m vérifiant $b_m = 14$. **1pt**
- c) En admettant que $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ appartient à la famille des polynômes de P_m , résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x) \geq 0$. **1pt**

EXERCICE 4 : (03,25 points)

On considère le polynôme Q défini par : $Q(x) = 12x^4 + 11x^3 - 146x^2 + 11x + 12$.

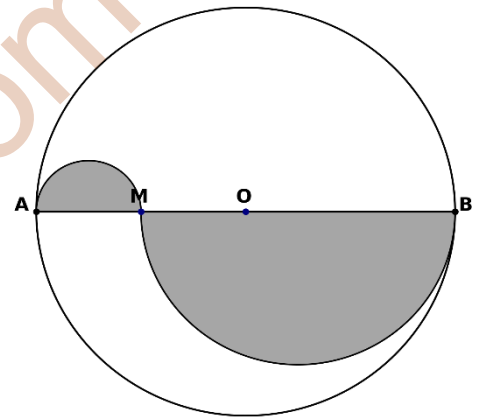
- 1) Montrer que 0 n'est pas une racine de Q . **0,25pt**
- 2) Montrer que si α est une racine de Q , alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de Q . **0,5pt**
- 3) Vérifier que -4 est une racine de Q puis déduire sans calcul une autre racine de Q . **0,5pt**
- 4) Montrer que $b(x) = x^2 + \frac{17}{4}x + 1$ est un facteur de $Q(x)$. **0,25pt**
- 5) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $Q(x) = 0$ et de l'inéquation $Q(x) \geq 0$. **1,75pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

(05 points)

Situation :

John et son frère Ken travaillent dans une société de dépôt pétrolier. John doit peindre une cuve en forme de pavé droit dont le volume est 5400 m^3 , la hauteur est de 12 m et la longueur totale des arêtes est de 228 m . Fort de sa modeste expérience de quatre années de service, John sait qu'un seau de peinture de 20 litres peut couvrir une superficie de 60 m^2 . Ken quant à lui est chargé de superviser la construction d'une nouvelle station dans la ville de Yaoundé. Il souhaite actuellement couler l'entrée d'un puits, réservoir de pétrole ayant une forme circulaire (figure ci-contre) de diamètre $AB = 10 \text{ m}$ en laissant deux trous de formes semi-circulaires de diamètres respectifs $[AM]$ et $[BM]$ où M est un point du segment $[AB]$, choisi de manière à minimiser la surface de l'ensemble de ces deux demi-cercles. A la fin de chaque journée de travail, une somme de $200\,000 \text{ FCFA}$ est répartie équitablement aux techniciens affectés à cette tâche. Afin d'accélérer l'avancement des travaux, Ken décide de recruter cinq nouveaux techniciens tout en maintenant la masse salariale journalière inchangée. Il en résulte que le montant journalier habituellement perçu par chaque employé diminue de $2\,000 \text{ FCFA}$.



Tâches :

- 1) Déterminer le nombre de seaux de peinture nécessaires pour peindre l'ensemble des surfaces de la cuve. **1,5pt**
- 2) Déterminer la position du point M pour laquelle la surface de l'ensemble des deux demi-cercles soit minimale. **1,5pt**
- 3) Déterminer le montant journalier perçu par chaque technicien après le dernier recrutement. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt