



SUJETEXA.COM

SITWEB POUR
LYCEES ET
COLLEGES
D'ENSEIGNEMENT
SECONDAIRE DU
CAMEROUN

**REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX-TRAVAIL-PATRIE**

ANCIENNES EPREUVES CORRIGES DE MATHS BEPC SESSION (2010-2015)

Voici le QR Code pour votre site web <https://sujetexa.com>



**CONTACT WHATSAPP :
+237677007035**



L'épreuve comporte sur une page, deux exercices et un problème, tous obligatoires.

Partie A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5pts)

Exercice 1.

1. Ecrire le réel $A = 3\sqrt{243} - 2\sqrt{3}$ sous la forme $b\sqrt{a}$, où a est un entier naturel premier. [0.5pt]
2. Calculer le réel $D = \frac{21 \times 10^{-3} \times 5^3}{3 \times 10^2 \times 2^{-3}}$ et donner le résultat sous forme de fraction irréductible. [1pt]

Exercice 2. Dans chacune des questions suivantes, identifier la bonne réponse et recopier la sur votre feuille de composition.

1. La forme développée de $A(x) = (1-x)(3x-1) + 2(x^2-1)$ est : [0.5pt]
 - (a) $-x^2 + 4x - 3$
 - (b) $x^2 + 4x + 3$
 - (c) $-x^2 - 4x - 3$
 - (d) $x^2 - 4x + 3$.
2. La forme factorisée de $A(x) = (1-x)(3x-1) + 2(x^2-1)$ est : [0.5pt]
 - (a) $(1-x)(x+3)$
 - (b) $(x-1)(x-3)$
 - (c) $(1-x)(-x+3)$
 - (d) $(x-1)(-x+3)$.
3. La condition d'existence de la fraction rationnelle $\frac{1}{(2-2x)(x+3)}$ est : [0.5pt]
 - (a) $x \neq 1$ ou $x \neq -3$
 - (b) $x \neq 1$ et $x \neq -3$
 - (c) $x \neq -1$ et $x \neq -3$
 - (d) $x \neq -1$ ou $x \neq -3$
4. Dans $\mathbb{R}^2$, l'ensemble des solutions du système $\begin{cases} 5x + 3y = 86000 \\ -2x + y = 5200 \end{cases}$ est : [1pt]
 - (a) $S_1 = \{6400, 18000\}$
 - (b) $S_2 = \{6400, 18000\}$
 - (c) $S_3 = \{(6400, 18000)\}$
 - (d) $S_4 = (18000, 6400)$

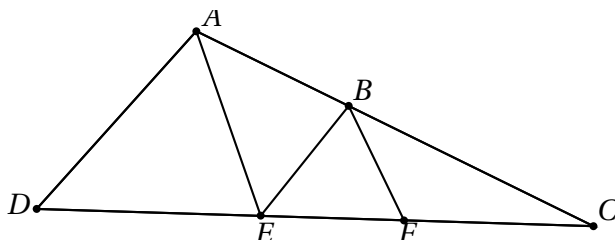
Exercice 3. La répartition d'un collège en fonction de la couleur de leurs tenues d'EPS a donné le tableau suivant :

Couleur	VERT	ROUGE	JAUNE	Total
Angle		60°		180°
Effectif	225			900

1. Donner la nature du caractère étudié. [0.5pt]
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessus. [1pt]
3. Construire le diagramme semi-circulaire de cette série. [1pt]

Partie B : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5pts)

Exercice 1. La figure ci-dessous représente une ferme de charpente d'une maison. $AB = 5m$, $BC = 4m$; $AF = 3,5m$, $FE = 2,8m$; $BF = 2,5m$



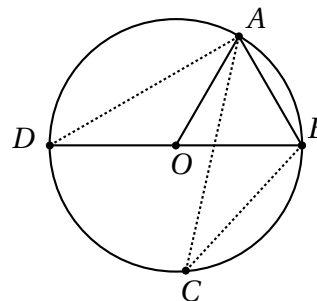
1. Montrer que les droites (CE) et (BF) sont parallèles. [1pt]

2. Calculer la distance CE . [1pt]

Exercice 2.

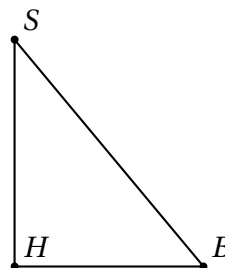
Sur la figure ci-contre, les points A, B, C et D appartiennent au cercle de diamètre $[BD]$ et de centre O . Le triangle OAB est équilatéral. Recopier et compléter le tableau suivant : [2pt]

Angles	$\widehat{OAB}$	$\widehat{ACB}$	$\widehat{BAD}$	$\widehat{AOD}$
Mesures en degré				



Exercice 3.

On donne un triangle SHB rectangle en H : tel que $SH = 60\text{cm}$ et $SB = 90\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$. On fait une révolution du triangle SHB autour de l'axe (SH) , on obtient un solide de l'espace (T) .



1. Quelle est la nature de (T) ? [0.5pt]

2. Calculer la distance HB et le volume $\mathcal{V}$ de (T) . [1.5pt]

3. On suppose que (T) est un récipient, donner sa capacité en litre. [0.5pt]

Problème (7 points).

L'unité de longueur est le centimètre ; dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan, on donne les points $A(3, 2)$; $B(-1, 3)$ et $C(2, -2)$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère (O, I, J) . [1pt]

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. [1.5pt]

3. Calculer les distances AB , BC et AC et en déduire la nature du triangle ABC . [1pt]

4. Donner la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$; calculer son cosinus. [0.5pt]

5. (a) Calculer les coordonnées du milieu K de $[BC]$. [0.5pt]

(b) Calculer les coordonnées du point D symétrique du point A par rapport à K . [0.5pt]

6. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC) . [1pt]

7. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse. [1pt]

Partie A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5pts)

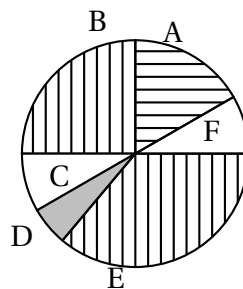
Exercice 1 (2,5pts). Dans cet exercice pour chacune des questions posées il vous est proposée quatre réponses dénomées Rép a), Rép b), Rép c) parmi lesquelles une seule est juste ; sans faire de calculs sur votre feuille de composition, reproduisez sur celle-ci le numéro de la question et la dénomination de la réponse juste correspondante.

1°) : 0,75pt; 2°) : 0,75pt; 3°) : 0,5pt; 4°) : 0,5pt.

Question	Réponse a)	Réponse b)	Réponse c)	Réponse d)
1° $a = \frac{\frac{4}{3} + \frac{7}{2}}{\frac{1}{6} - \frac{5}{3}}$; a est égal à :	$a = \frac{29}{9}$	$a = -\frac{29}{9}$	$a = \frac{9}{29}$	$a = -\frac{9}{29}$
2° $b = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$; b est égal à :	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$	$\sqrt{35} - 6$	$6 - \sqrt{35}$
3° La forme développée et réduite de $P(x) = (3x+1)^2$ suivant les puissances décroissantes de x est égale à :	$9x^2 + 6x + 1$	$9x^2 - 6x + 1$	$1 + 6x + 9x^2$	$9x^2 + 1$
La forme factorisée de $Q(x) = 9x^2 + 6x + 1 - (3x+1)(4x+5)$ est égale à :	$(3x-1)(4+x)$	$(3x+1)(4-x)$	$(3x+1)(-4-x)$	$(1-3x)(4+x)$

Exercice 2.

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition de la population de six villages A, B, C, D, E, F. La population totale de l'ensemble des villages est 72000 habitants.



1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en utilisant le diagramme ci-dessus : [1,5pt]

Villages	A	B	C	D	E	F	Total
Mesure des angles au centre associés				20°		30°	360°
Effectifs de la population	12000		6000	4000		6000	72000

2. Quel est la nature du caractère de cette série statistique ? [0,5pt]
3. Déterminer le mode de cette série. [0,5pt]

Exercice 3 (1,5point). Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $15x + 20 = 110$.

[0,5pt]

M. Kafinda est menuisier. Pour réaliser ses travaux, un atelier lui propose un contrat dont les termes sont les suivants : 2000 Frs de caution non remboursable, puis 1500 Frs par heure passée sur la machine à bois. Aujourd'hui, M. Kafinda a payé 11000 Frs. Combien d'heures a-t-il passé sur la machine ?

[1pt]

Partie B : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5pts)

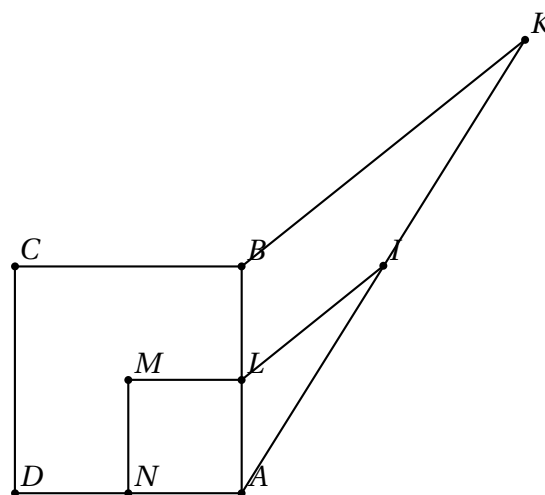
Exercice 1 (3,5points). Dans le plan rapporté à un repère orthonormé on considère les points $A(-2, 1)$, $B(1, 2)$ et $C(-3, 0)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. [1pt]
2. Les points A , B et C sont-ils alignés ? Justifier. [1pt]
3. Donner un vecteur directeur de la droite (D) d'équation cartésienne $y = -3x + 1$. [0,5pt]
4. Montrer que les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires. [1pt]

Exercice 2.

Sur la figure ci-contre $ABCD$ et $MNAL$ sont des carrés, les droites (LI) et (BK) sont parallèles, $AI = 2$, $AK = 4$.

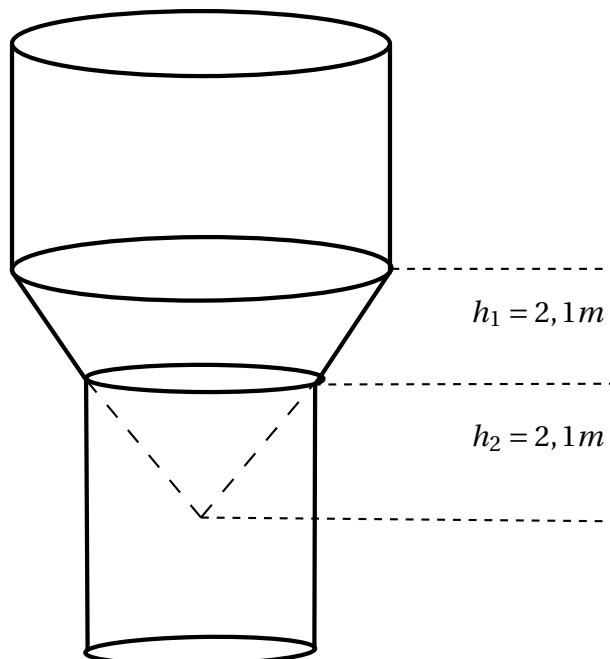
1. Justifier que $\frac{AL}{AB} = \frac{1}{2}$. [1pt]
2. Soit h l'homothétie de centre A et qui transforme L en B ; déterminer le rapport de h . [1pt]
3. s et s' désignent respectivement les aires des carrés $ABCD$ et $MNAL$. Déterminer le rapport $\frac{s'}{s}$. [1pt]



Problème (7 points).

La figure ci-contre représente un château d'eau composé d'un pilône cylindrique en béton, dont la base est un disque de 1 m de rayon, au dessus duquel se trouve un réservoir composé d'un tronc de cône surmonté d'une cuve cylindrique.

1. Montrer que le rayon de la base de la cuve cylindrique du réservoir est égal à 2m. [1,5pt]
2. Sachant que la hauteur du réservoir est 7,1m, calculer :
 - (a) le volume de sa partie cylindrique. [1,5pt]
 - (b) le volume de sa partie tronconique. [2pts]
3. Montrer que la capacité du réservoir est de 78 186 litres. (On prendra $\pi = 3,14$). [2pts]



Ministère des Enseignements Secondaires
Direction des Examens, des concours et de la certification

Examen : BEPC 2012
Série : TOUTES
Épreuve de : MATHÉMATIQUES
Durée : 2h Coefficient : 4

L'épreuve comporte trois parties A, B et C sur deux pages numérotées de 1 à 2. Le candidat devra traiter chacune des parties. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Partie A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5pts)

Exercice 1 (1,5 point). On donne $X = \frac{2^7 \times 3^6 \times 5^3}{81 \times 2^8 \times 125}$.

1. Ecrire X sous forme de fraction irréductible. [0,5pt]
2. Trouver deux entiers consécutifs α et β tels que $\alpha < X < \beta$. [1pt]

Exercice 2 (2 points).

1. Le système $\begin{cases} 7u + 3v = 4850 \\ 4u + 6v = 4700 \end{cases}$ admet une solution unique. Un seul des quatre ensembles ci-dessous représente son ensemble solution ; reproduisez-le sur votre feuille de composition. [0,5pt]

$$S_1 = \{500; 450\} \quad S_2 = \{(450; 500)\}, \quad S_3 = \{(500; 450)\}, \quad S_4 = (450; 500)$$

2. MATO achète 7 cahiers et 3 bloc-notes à 4850 FCFA. MOKO achète 2 cahiers et trois bloc-notes identiques à ceux de MATO à 2350 FCFA. Calculer le prix d'un cahier et d'un bloc-note. [1,5pt]

Exercice 3 (3 points). On considère les nombres réels $a = 3 + \sqrt{7}$ et $b = -3 + \sqrt{7}$.

1. Calculer a^2 , b^2 et ab . [1,5pt]
2. Montrer que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ est un entier relatif négatif. [0,5pt]
3. Soit $Y = \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$. Sachant que $2,6457 < \sqrt{7} < 2,6458$, donner un encadrement de Y . [0,5pt]
4. Une seule des quatre réponses ci-après désigne la valeur exacte de $|-3 + \sqrt{7}|$. Dire laquelle. [0,5pt]

$$(a) -3 + \sqrt{7}, \quad (b) 3 + \sqrt{7}, \quad (c) 3 - \sqrt{7}, \quad (d) -3 - \sqrt{7}.$$

Partie B : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5pts)

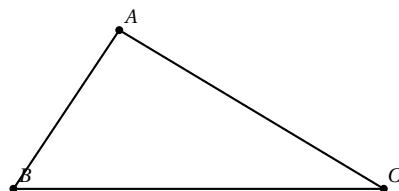
Exercice 1 (1 point). Répondre par vrai ou faux aux propositions suivantes.

1. Si $\hat{A}$ et $\hat{C}$ sont deux angles complémentaires, alors $\cos \hat{A} = \sin \hat{C}$. [0,5pt]
2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) ; les vecteurs $\vec{u}(1/2; 1/3)$ et $\vec{v}(3; 2)$ sont colinéaires. [0,5pt]

Exercice 2.

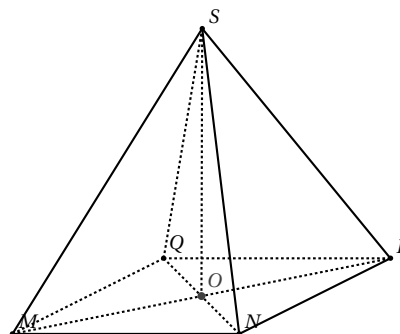
L'unité de longueur est le *cm*. On donne $AB = 30$ et $BC = 50$.

1. Déterminer AC pour que le triangle ABC soit rectangle en A . [1pt]
2. Calculer $\cos B$ et $\sin B$. [1pt]
3. Déterminer à 1° près par excès de l'angle B . [0,5pt]

**Exercice 3.**

$SMNPQ$ est une pyramide régulière de sommet S . Sa base est le carré $MNPQ$ de côté 8cm et sa hauteur OS telle que $OS = 7\text{cm}$.

1. (a) Montrer que la mesure d'une arête latérale de cette pyramide est égale à 9cm . [1pt]
 (b) Représenter un patron de cette pyramide à l'échelle $\frac{1}{2}$. [1pt]
2. Calculer la mesure de la hauteur issue de S de la face latérale SNP . [1pt]

**Problème**(7 points).

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $R(1;5)$, $T(-1;-1)$.

1. (a) Placer les points R et T dans le repère (O, I, J) . [0,5pt]
 (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (RT) . [1pt]
2. Tracer dans un même repère les droites (D) et (D') d'équations respectives $y = -\frac{1}{3}x + 2$ et $y = 3x + 2$. [1pt]
3. (a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (RT) avec l'axe des abscisses et celle du point d'intersection de (D) avec le même axe. [1pt]
 (b) Montrer que $K(0;2)$ est le point d'intersection des droites (RT) et (D) . [0,5pt]
 (c) On considère les points $M(-\frac{2}{3};0)$ et $N(6;0)$. Démontrer que le triangle KMN est rectangle en K . [1pt]
4. Le symétrique de M par rapport à K est noté M' et celui de N est noté N' .
 (a) Montrer que le quadrilatère $MNM'N'$ est un losange. [1pt]
 (b) Calculer l'aire du losange $MNM'N'$. [1pt]

PARTIE A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (2,5 points)

On pose $X = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

1. Calculer et rendre rationnel le dénominateur du nombre $\frac{X+1}{X}$. [1,5pt]
2. Sachant que $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$, déterminer un encadrement de X par deux nombres décimaux. [1pt]

EXERCICE 2 (2 points)

1. Développer et réduire le polynôme $(2x - 3)(x + 2)$. [0,5pt]
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x - 3)(x + 2) = 0$. [1pt]
3. Recopier sur votre feuille de composition la réponse juste de la question suivante.
L'ensemble des réels x tels que $-5 \leq 2x - 3 \leq 3$ est : [0,5pt]

- (a) $[-5, 3]$ (b) $[-1, 3]$ (c) $[-1, 3]$ (d) $[-3, 1]$

EXERCICE 3 (2 points)

On a relevé le taux de cholestérol dans le sang, en centigramme par centilitre (cg/cl), de 25 hommes dont l'âge varie de 50 à 59 ans, et on a obtenu les résultats suivants :

210	242	200	185	197
203	138	152	265	178
187	218	175	197	132
146	183	188	144	248
237	196	255	240	185

1. Recopier et compléter le tableau suivant : [1,25pt]

Taux de cholestérol	[120,150[	[150,180[	[180, 210[	[210, 240 [	[240, 270[
Effectif					

2. A partir de 240 cg/cl, on considère que le sujet est à surveiller. Quel est le pourcentage de sujets à surveiller dans ce groupe ? [0,75pt]

PARTIE A : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (3 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points $A(2, 1)$ et $B(0, 2)$.

1. Ecrire une équation cartésienne de la droite (AB) . [1pt]
2. Tracer dans un repère (O, I, J) la droite (D) d'équation cartésienne $2x - y - 1 = 0$. [1pt]
3. Construire l'image du triangle OAB par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$. [1pt]

EXERCICE 2 (3,5 points)

On donne un triangle ABC tel que : $AC = 6\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle. [0,5pt]
2. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et O le centre du cercle. Calculer le rayon du cercle (C) . [0,5pt]
3. (a) Calculer le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$. [0,5pt]
 (b) En déduire une mesure de chacun des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AOC}$. [1pt]
 (c) E est le milieu de $[AB]$; montrer que les droites (AC) et (OE) sont parallèles. [1pt]

N.B. On donne

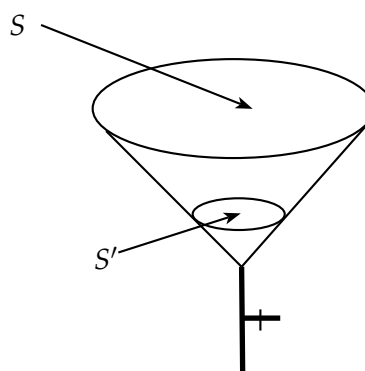
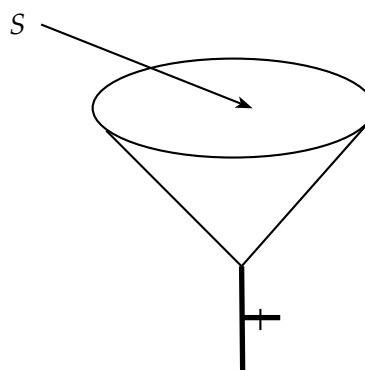
α en degré	35,45	36,15	36,87	37,58
$\sin \alpha$	0,58	0,59	0,6	0,61

PROBLEME (7 points)

Une citerne transparente a la forme d'un cône de capacité 1800 litres. L'aire de la base S est de $1,5\text{m}^2$.

1. Calculer la hauteur de cette citerne. [1pt]
2. Cette citerne étant pleine d'eau, on ouvre le robinet situé sur la partie inférieure : à un moment donné, on constate qu'il reste 225 litres d'eau dans la citerne. Cette eau prend la forme d'un cône semblable au grand et de base S' .
 (a) Calculer le rapport $\frac{V'}{V} = k^3$. [1pt]
 (b) En déduire la hauteur h' du petit cône. [1pt]
 (V , volume d'eau initial et V' volume d'eau à ce moment, k coefficient de réduction)
3. On suppose que le débit du robinet ci-dessus est de 15 litres par minute et que la citerne est pleine. Calculer le temps nécessaire pour vider la citerne. [1pt]
4. On désigne par t le temps en minutes d'écoulement du robinet et $V(t)$ le volume en mètre cube, de l'eau qui reste dans la citerne après le temps t .
 (a) Montrer que $V(t) = 1,8 - 0,015t$. [1pt]
 (b) Calculer $V(90)$ et $V(120)$. [1pt]
 (c) Après combien de temps restera-t-il exactement $0,9\text{m}^3$ d'eau dans la citerne ? [1pt]

N.B. On notera que $0,125 = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$.



PARTIE A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (2 points)

Relever le numéro de chacune des égalités suivantes et indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F).

1. $] \leftarrow; 3] \cap [-3; \rightarrow [= [-3; 3];$ [0,5 pt]
2. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3};$ [0,5 pt]
3. $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3};$ [0,5 pt]
4. $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}| = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$ [0,5 pt]

EXERCICE 2 (2,5 points)

On considère les expressions littérales $E = 36 - (2x - 1)^2$ et $F = \frac{-14 + 4x}{(7 - 2x)(5 + 2x)}$ où x est un réel.

1. Mettre E sous la forme d'un produit de deux facteurs de premier degré. [1 pt]
2. Donner la condition d'existence d'une valeur numérique de F . [1 pt]
3. Donner la forme simplifiée de F . [0,5 pt]

EXERCICE 3 (2 points)

La répartition des pointures d'un stock de chaussures dans un magasin de vente des chaussures de sport est donnée par le tableau suivant :

Pointure	[32 ; 34[	[34 ; 36[	[36 ; 38[	[38 ; 40[	[40 ; 42[	[42 ; 44[
Effectifs	8	9	13	5	13	2

1. Donner les classes de plus grand effectif de cette série. [1,5 pt]
2. Construire l'histogramme de cette série. [0,5 pt]

PARTIE A : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (2,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$ et une droite (D) d'équation cartésienne $-4x + 3y + 6 = 0$.

1. (a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$. [0,5 pt]
(b) Calculer la distance BA . [0,5 pt]
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) . [0,5 pt]
3. Choisir la bonne réponse parmi celles qui sont proposées : [0,5 pt]
 - (a) La droite (D) a pour coefficient directeur :
 - i. -4
 - ii. $\frac{3}{4};$
 - iii. $\frac{4}{3}.$
 - (b) Les droites (D) et (AB) sont : [0,5 pt]

i. Parallèles

ii. Perpendiculaires,

iii. Confondues.

EXERCICE 2 (2,5 points)

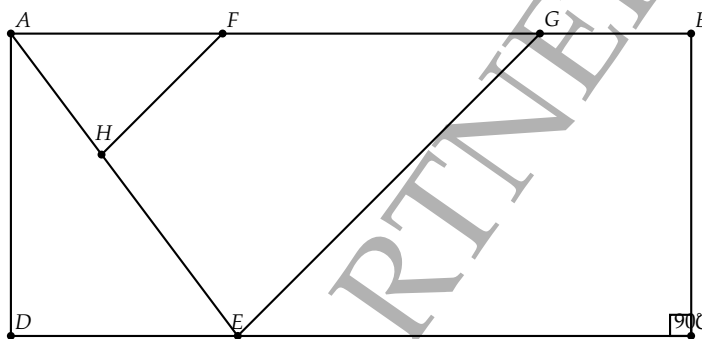
Sur la figure ci-dessous $ABCD$ est un rectangle ; les droites (HF) et (EG) sont parallèles. On donne $AG = 7$, $DE = 3$; $AD = 4$ et $AH = 2$.

1. Montrer que $AE = 5$.

[1 pt]

2. Calculer AF .

[1,5 pt]

**EXERCICE 3 (1,5 points)**

Un élève de troisième veut calculer le volume d'un cône de révolution, mais il ne se rappelle plus très bien de la formule. Aide le à retrouver la bonne formule parmi les formules suivantes : $\frac{4\pi rh}{3}$; $\frac{4\pi r^2 h}{3}$; $\pi r^2 h$; $\frac{\pi r^2 h}{3}$. (r est le rayon de la base et h la hauteur du cône).

[0,5 pt]

Calculer en centimètre le rayon de la base de ce cône sachant que son volume est égale à $18,84 \text{ cm}^3$ et sa hauteur est 8 cm (on prendra $\pi = 3,14$).

[1 pt]

PROBLEME (7 points)

A. On considère les fonctions numériques f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = 80x$ et $g(x) = 200 - 120x$.

1. (a) Quel est le sens de variation de g ?

[0,5 pt]

(b) Calculer $f(1)$ et $g(1)$.

[0,5 pt]

2. Déterminer les réels a et b tels que $f(a) = 200$ et $g(b) = 0$.

[1,5 pt]

3. Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) . (1 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour 20 unités en ordonnées).On considère les droites (D) et (D') d'équations respectives $80x - y = 0$ et $120x + y - 200 = 0$.

Représenter ces deux droites dans le même repère.

[2 pts]

Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

[1 pt]

B. Deux véhicules partent des villes A et B distantes de 200 km, et à la même heure 6h30. Le premier V_A partant de A vers B a une vitesse moyenne de 80 kilomètres à l'heure, le deuxième V_B partant de B vers A a une vitesse moyenne de 120 kilomètres à l'heure.

Les distances x et y des deux véhicules V_A et V_B à la ville A sont respectivement $x = 80t$ et $y = 200 - 120t$, où t est la durée en heure.

4. (a) A quelle heure les deux véhicules vont-ils se rencontrer ?

[1 pt]

(b) Quelle sera alors la distance parcourue par chaque véhicule ?

[0,5 pt]

PARTIE A : ACTIVITES NUMERIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (1,5 point)

- Vérifier que $(x + 1)(2x + 3) = 2x^2 + 5x + 3$. [0,75pt]
- En déduire une factorisation de : $A(x) = 2x^2 + 5x + 3 - (2x + 3)(4x - 2)$. [0,75pt]

EXERCICE 2 (2,5 points)

On s'est intéressé aux âges de tous les élèves d'une classe de 3^{ème}. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

âge	12	14	16	17	18
Nombre d'élèves	3	25	22	18	2

- Quel est l'effectif total de cette classe ?
- Quel est le mode de la série statistique ainsi définie ?
- Représenter cette série dans un diagramme à bâtons.
(On prendra : 1cm pour 2 ans en abscisses ; 1 cm pour 3 élèves en ordonnées).

EXERCICE 3 (2 points)

- Ecrire chacun des nombres A et B suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs.

$$A = -4\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{27}, \quad B = \frac{7\sqrt{20}}{\sqrt{2}}.$$

- Comparer les nombres 3 et $2\sqrt{3}$ en justifiant la réponse.
 - On pose $C = (3 - 2\sqrt{3})^2$. Ecrire le nombre C sous la forme $a + b\sqrt{c}$.
 - En déduire que : $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$.

PARTIE B : ACTIVITES GEOMETRIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (3 points)

- En observant la figure ci-contre dans laquelle O est le centre du cercle, $\widehat{CAB} = 36^\circ$ et $\widehat{BOD} = 130^\circ$.
 - Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COB}$.
 - Déduire que : $\widehat{OCB} = \widehat{CBO} = 54^\circ$.
- Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BED}$.

EXERCICE 2 (3,5 points)

Observe le cône de révolution d'axe $[AC]$ et de génératrice $[CE]$ ci-contre. On pose : $AC = 3\text{cm}$, $FB = \frac{2}{3}\text{cm}$ et $BC = 1\text{cm}$; on admet que les droites (FB) et (AE) sont parallèles.

- Montrer que $AE = 2\text{cm}$.

- (b) En déduire que le volume V de ce cône est $V = 12,56\text{cm}^3$. (On prendra $\pi = 3,14$).
- (c) En considérant les droites (AE) et (AC) perpendiculaires, calculer CE .
2. On coupe ce cône suivant le plan passant par B et parallèle au plan de base. Calculer le volume du tronc de cône issu de cette coupe.

PARTIE C : PROBLEME (7 points)

Dans la figure ci-contre, des points A , B et C sont représentés dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne $\vec{OC} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$.

1. (a) Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des points A et B .
 (b) En déduire que $\vec{AB} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ et $\vec{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$.
2. (a) Justifier que la droite (AB) a pour équation cartésienne : $4x + 5y - 37 = 0$.
 (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC) .
3. A l'occasion d'une fête de famille, le père de Nanga achète des casiers de bières et de jus. Le nombre total des casiers achetés est de 8 ; sa dépense totale pour ces achats de 37 000 FCFA. On désigne par x le nombre de casiers de jus et par y le nombre de casiers de bière achetés ; on admet qu'un casier de jus coûte 4 000 FCFA et qu'un casier de bières coûte 5 000 FCFA.
 - (a) Justifier que x et y vérifient le système suivant : $\begin{cases} 4x + 5y - 37 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases}$.
 - (b) En déduire par lecture graphique, le nombre de casiers de jus et le nombre de casiers de bières achetés.
 - (c) Retrouver ces résultats en résolvant le système (S) .

Correction de l'épreuve de mathématiques – BEPC 2010

Partie A : Activités numériques

Exercice 1

$$A = 3\sqrt{243} - 2\sqrt{3}$$

Or $\sqrt{243} = \sqrt{81 \times 3} = 9\sqrt{3}$. Donc

$$A = 3 \times 9\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 27\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 25\sqrt{3}.$$

Ainsi $A = 25\sqrt{3}$, avec $a = 3$ entier naturel premier et $b = 25$.

Exercice 2 : QCM

1. Forme développée de $A(x) = (1 - x)(3x - 1) + 2(x^2 - 1)$

$$(1 - x)(3x - 1) = 3x - 1 - 3x^2 + x = -3x^2 + 4x - 1$$

$$2(x^2 - 1) = 2x^2 - 2$$

Donc

$$A(x) = -3x^2 + 4x - 1 + 2x^2 - 2 = -x^2 + 4x - 3.$$

Réponse : **(a)** $-x^2 + 4x - 3$.

2. Forme factorisée de $A(x)$

$$-x^2 + 4x - 3 = -(x^2 - 4x + 3) = -(x - 1)(x - 3) = (x - 1)(-x + 3).$$

Réponse : **(d)** $(x - 1)(-x + 3)$.

3. Condition d'existence de la fraction rationnelle $\frac{1}{x^2+2x-3}$

$$x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3).$$

Le dénominateur doit être non nul :

$$x \neq 1 \quad \text{et} \quad x \neq -3.$$

Réponse : **(b)** $x \neq 1$ et $x \neq -3$.

4. Système :

$$\begin{cases} 5x + 3y = 86000 \\ -2x + y = 5200 \end{cases}$$

De la deuxième équation : $y = 5200 + 2x$. On remplace dans la première :

$$5x + 3(5200 + 2x) = 86000$$

$$5x + 15600 + 6x = 86000$$

$$11x = 70400 \Rightarrow x = 6400.$$

$$y = 5200 + 2(6400) = 5200 + 12800 = 18000.$$

Solution : $(x; y) = (6400; 18000)$. Réponse : **(a) ou (b)** $S = \{(6400; 18000)\}$.

Exercice 3 : Statistiques

1. Nature du caractère étudié

Le caractère étudié est la **couleur des tenues d'EPS**. C'est un caractère **qualitatif**.

2. Tableau complété

Le total des effectifs est 900, l'angle total d'un diagramme semi-circulaire est 180° .

Couleur	VERT	ROUGE	JAUNE	Total
Angle	60°	45°	75°	180°
Effectif	300	225	375	900

Calculs :

— VERT : $\frac{60}{180} \times 900 = 300$

— ROUGE : $\frac{225}{900} \times 180 = 45^\circ$

— JAUNE : effectif $900 - 300 - 225 = 375$; angle $\frac{375}{900} \times 180 = 75^\circ$

3. Diagramme semi-circulaire

Tracer un demi-cercle et partager en secteurs d'angles :

— VERT : 60°

— ROUGE : 45°

— JAUNE : 75°

Partie B : Activités géométriques

Exercice 1 : Ferme de charpente

1. Montrer que $(CE) \parallel (BF)$

Dans le triangle AEC , on a :

— $B \in [AC]$ car $AB = 5$ m et $BC = 4$ m donc $AC = 9$ m.

— $F \in [AE]$ car $AF = 3,5$ m et $FE = 2,8$ m donc $AE = 6,3$ m.

On compare :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{9}$$
$$\frac{AF}{AE} = \frac{3,5}{6,3} = \frac{35}{63} = \frac{5}{9}.$$

Donc $\frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AE}$. D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BF) et (CE) sont parallèles.

2. Calculer CE

Puisque $(BF) \parallel (CE)$, les triangles ABF et ACE sont semblables. Donc

$$\frac{BF}{CE} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{9}.$$

$$CE = BF \times \frac{9}{5} = 2,5 \times \frac{9}{5} = 4,5 \text{ m.}$$

$CE = 4,5 \text{ m}$

Exercice 2 : Angles dans le cercle

Le triangle OAB est équilatéral, donc $\widehat{OAB} = 60^\circ$.

- $\widehat{OAB} = 60^\circ$
- $\widehat{ACB}$ intercepte l'arc AB . L'angle au centre $\widehat{AOB} = 60^\circ$, donc $\widehat{ACB} = 30^\circ$.
- $\widehat{BAD}$ intercepte le diamètre $[BD]$, donc $\widehat{BAD} = 90^\circ$.
- $\widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Tableau complété :

Angles	OAB	ACB	BAD	AOD
Mesures en degré	60	30	90	120

Exercice 3 : Solide de révolution

1. Nature de (T)

En faisant tourner le triangle rectangle SHB autour de l'axe (SH) , on obtient un **cône de révolution** de sommet S et de base le cercle de centre H et de rayon HB .

2. Calcul de HB et du volume V

Le triangle SHB est rectangle en H , donc

$$SB^2 = SH^2 + HB^2$$

$$HB^2 = (90\sqrt{2})^2 - 60^2 = 8100 \times 2 - 3600 = 16200 - 3600 = 12600$$

$$HB = \sqrt{12600} = 30\sqrt{14} \text{ cm.}$$

Volume du cône :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (HB)^2 \times SH$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \times 12600 \times 60 = 252000\pi \text{ cm}^3.$$

$V = 252000\pi \text{ cm}^3$

3. Capacité en litre

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{252000\pi}{1000} = 252\pi \text{ L.}$$

$V = 252\pi \text{ L} \approx 791,68 \text{ L}$

Problème

1. Placement des points

Placer dans le repère orthonormé :

- $A(3; 2)$
- $B(-1; 3)$
- $C(2; -2)$

2. Coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AB} = (-1 - 3; 3 - 2) = (-4; 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (2 - 3; -2 - 2) = (-1; -4)$$

$$\overrightarrow{BC} = (2 + 1; -2 - 3) = (3; -5)$$

3. Distances et nature du triangle ABC

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$AC = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$$

Comme $AB = AC$, le triangle ABC est **isocèle en A** . De plus :

$$AB^2 + AC^2 = 17 + 17 = 34 = BC^2.$$

Donc ABC est **rectangle isocèle en A** .

4. Mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ et son cosinus

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \times BC}$$

$$\overrightarrow{BA} = (4; -1), \quad \overrightarrow{BC} = (3; -5)$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 4 \times 3 + (-1) \times (-5) = 12 + 5 = 17$$

$$BA = \sqrt{17}, \quad BC = \sqrt{34}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{17}{\sqrt{17} \times \sqrt{34}} = \frac{17}{17\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Donc

$$\widehat{ABC} = 45^\circ.$$

5. (a) Coordonnées du milieu K de $[BC]$

$$K \left(\frac{-1 + 2}{2}; \frac{3 - 2}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right).$$

(b) Coordonnées de D symétrique de A par rapport à K

K est le milieu de $[AD]$, donc

$$D = 2K - A$$

$$D = (1; 1) - (3; 2) = (-2; -1).$$

$$\boxed{D(-2; -1)}$$

6. Équation cartésienne de (BC)

$B(-1; 3)$ et $C(2; -2)$. Le vecteur directeur est $\overrightarrow{BC} = (3; -5)$. Un vecteur normal est $(5; 3)$. L'équation est de la forme :

$$5x + 3y + c = 0.$$

Avec $B(-1; 3)$:

$$5(-1) + 3(3) + c = 0 \Rightarrow -5 + 9 + c = 0 \Rightarrow c = -4.$$

$$(BC) : 5x + 3y - 4 = 0$$

7. Nature du quadrilatère $ABCD$

On a :

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 1)$$

$$\overrightarrow{CD} = D - C = (-4; 1) = \overrightarrow{AB}.$$

Ainsi $AB = CD$ et $(AB) \parallel (CD)$. De plus, K est le milieu de $[BC]$ et de $[AD]$. Donc le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.

$$ABCD \text{ est un parallélogramme}$$

Correction BEPC 2011 – Mathématiques

Partie A : Activités numériques

Exercice 1 : QCM

1. $a = \frac{4}{3} + \frac{7}{2} = \frac{8}{6} + \frac{21}{6} = \frac{29}{6}$. Aucune des réponses proposées ne correspond exactement. Il

y a probablement une coquille dans le sujet. Réponse attendue si l'on corrige : $\boxed{\frac{29}{6}}$.

2. $b = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$. On multiplie numérateur et dénominateur par $\sqrt{7} - \sqrt{5}$:

$$b = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2}{7 - 5} = \frac{7 - 2\sqrt{35} + 5}{2} = \frac{12 - 2\sqrt{35}}{2} = 6 - \sqrt{35}.$$

Réponse : $\boxed{\text{Rép d}}$.

3. $P(x) = (3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$. Réponse : $\boxed{\text{Rép a}}$.

4.

$$\begin{aligned} Q(x) &= 9x^2 + 6x + 1 - (3x + 1)(4x + 5) = (3x + 1)^2 - (3x + 1)(4x + 5) \\ &= (3x + 1)[(3x + 1) - (4x + 5)] = (3x + 1)(-x - 4) = (3x + 1)(-4 - x). \end{aligned}$$

Réponse : $\boxed{\text{Rép c}}$.

Exercice 2 : Statistique

D'après le diagramme circulaire, les angles au centre sont :

Villages	A	B	C	D	E	F	Total
Angles	60°	90°	20°	30°	120°	40°	360°
Effectifs	12000	18000	4000	6000	24000	8000	72000

Justification : la population totale est 72000 habitants pour 360°. Donc 1° correspond à $\frac{72000}{360} = 200$ habitants. Ainsi : effectif = 200 × angle.

1. Le caractère étudié est **qualitatif nominal** : c'est le village de résidence.

2. Le mode est la modalité qui a le plus grand effectif. Le mode est donc le village $\boxed{E}$ avec 24000 habitants.

Exercice 3 : Équation et problème

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$15x + 20 = 110$$

$$15x = 90$$

$$x = 6.$$

Donc $\boxed{x = 6}$.

Problème de M. Kafinda : Soit h le nombre d'heures passées sur la machine.

$$2000 + 1500h = 11000$$

$$1500h = 9000$$

$$h = 6.$$

M. Kafinda a passé $\boxed{6 \text{ heures}}$ sur la machine.

Partie B : Activités géométriques

Exercice 1

On donne $A(-2; 1)$, $B(1; 2)$, $C(-3; 0)$.

1. Coordonnées des vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = (1 - (-2); 2 - 1) = (3; 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-3 - (-2); 0 - 1) = (-1; -1)$$

2. Les points A, B, C sont-ils alignés ? On calcule le déterminant :

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 3 \times (-1) - 1 \times (-1) = -3 + 1 = -2 \neq 0.$$

Donc les points A, B, C ne sont pas alignés.

3. La droite (D) a pour équation $y = -3x + 1$, soit $3x + y - 1 = 0$. Un vecteur directeur est $\boxed{(1; -3)}$.

4. Montrer que (D) et (AB) sont perpendiculaires. Un vecteur directeur de (D) est $\vec{u} = (1; -3)$. Un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB} = (3; 1)$. Produit scalaire :

$$\vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \times 3 + (-3) \times 1 = 3 - 3 = 0.$$

Donc $(D) \perp (AB)$.

Exercice 2

1. Dans le triangle ABK , on a $L \in (AB)$, $I \in (AK)$ et $(LI) \parallel (BK)$. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AL}{AB} = \frac{AI}{AK} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Donc $\boxed{\frac{AL}{AB} = \frac{1}{2}}$, ce qui équivaut à $AB = 2AL$.

2. L'homothétie h de centre A transforme L en B . Son rapport est :

$$k = \frac{AB}{AL} = 2.$$

Donc le rapport de h est $\boxed{2}$.

3. Soit s l'aire de $ABCD$ et s' l'aire de $MNAL$.

$$s = AB^2, \quad s' = AL^2.$$

$$\frac{s}{s'} = \left(\frac{AB}{AL}\right)^2 = 2^2 = 4.$$

Donc $\boxed{\frac{s}{s'} = 4}$.

Problème : Château d'eau

1. Montrer que le rayon de la base de la cuve cylindrique est 2 m . Le tronc de cône est une partie d'un cône. Soit $r = 1\text{ m}$ le rayon inférieur, R le rayon supérieur. D'après la figure, la hauteur du cône complémentaire sous le tronc est $h_2 = 2,1\text{ m}$, et la hauteur du tronc est $h_1 = 2,1\text{ m}$. Par proportionnalité dans le cône :

$$\frac{r}{R} = \frac{h_2}{h_2 + h_1} = \frac{2,1}{2,1 + 2,1} = \frac{2,1}{4,2} = \frac{1}{2}.$$

Donc $R = 2r = 2\text{ m}$. Le rayon de la cuve cylindrique est bien $\boxed{2\text{ m}}$.

2. La hauteur totale du réservoir est $7,1\text{ m}$. La partie tronconique a pour hauteur $h_1 = 2,1\text{ m}$. Donc la partie cylindrique a pour hauteur :

$$h = 7,1 - 2,1 = 5\text{ m}.$$

(a) Volume de la partie cylindrique

$$V_{\text{cyl}} = \pi R^2 h = 3,14 \times 2^2 \times 5 = 3,14 \times 4 \times 5 = 62,8\text{ m}^3.$$

$$\boxed{V_{\text{cyl}} = 62,8\text{ m}^3}$$

(b) Volume de la partie tronconique

$$\begin{aligned} V_{\text{tronc}} &= \frac{\pi h_1}{3} (R^2 + Rr + r^2) \\ &= \frac{3,14 \times 2,1}{3} (2^2 + 2 \times 1 + 1^2) \\ &= \frac{6,594}{3} (4 + 2 + 1) = 2,198 \times 7 = 15,386\text{ m}^3. \end{aligned}$$

$$\boxed{V_{\text{tronc}} = 15,386\text{ m}^3}$$

3. Capacité totale du réservoir :

$$V_{\text{total}} = V_{\text{cyl}} + V_{\text{tronc}} = 62,8 + 15,386 = 78,186\text{ m}^3.$$

Or $1\text{ m}^3 = 1000\text{ L}$, donc :

$$V_{\text{total}} = 78\,186\text{ L}.$$

La capacité du réservoir est bien $\boxed{78\,186\text{ litres}}$.

Correction BEPC 2012 – Mathématiques

Partie A : Activités numériques

Exercice 1

$$X = \frac{27 \times 36 \times 53}{81 \times 28 \times 125}$$

1. On décompose en facteurs premiers :

$$27 = 3^3, \quad 36 = 2^2 \times 3^2, \quad 53 = 53$$

$$81 = 3^4, \quad 28 = 2^2 \times 7, \quad 125 = 5^3$$

Donc :

$$X = \frac{2^2 \times 3^5 \times 53}{2^2 \times 3^4 \times 7 \times 5^3} = \frac{3 \times 53}{7 \times 125} = \frac{159}{875}$$

$$\boxed{X = \frac{159}{875}}$$

Fraction irréductible car $159 = 3 \times 53$ et $875 = 5^3 \times 7$, donc $\text{pgcd}(159, 875) = 1$.

2. On a :

$$0 < \frac{159}{875} < 1$$

Donc les deux entiers consécutifs cherchés sont :

$$\boxed{\alpha = 0 \quad \text{et} \quad \beta = 1}$$

Exercice 2

Remarque : le système imprimé semble contenir une coquille. Le système cohérent avec l'achat de MATO et MOKO est :

$$\begin{cases} 7u + 3v = 4850 \\ 2u + 3v = 2350 \end{cases}$$

1. En soustrayant membre à membre :

$$(7u + 3v) - (2u + 3v) = 4850 - 2350$$

$$5u = 2500 \implies u = 500$$

Puis :

$$2(500) + 3v = 2350 \implies 1000 + 3v = 2350$$

$$3v = 1350 \implies v = 450$$

L'ensemble solution est donc :

$$S_3 = \{(500; 450)\}$$

2. Prix d'un cahier : 500 FCFA.

Prix d'un bloc-note : 450 FCFA.

$$\boxed{\text{Cahier} = 500 \text{ FCFA}, \quad \text{Bloc-note} = 450 \text{ FCFA}}$$

Exercice 3

$$a = 3 + \sqrt{7}, \quad b = -3 + \sqrt{7}$$

1. Calculons :

$$a^2 = (3 + \sqrt{7})^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + 6\sqrt{7}$$

$$b^2 = (-3 + \sqrt{7})^2 = 9 - 6\sqrt{7} + 7 = 16 - 6\sqrt{7}$$

$$ab = (3 + \sqrt{7})(-3 + \sqrt{7}) = (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3) = 7 - 9 = -2$$

$$\boxed{a^2 = 16 + 6\sqrt{7}, \quad b^2 = 16 - 6\sqrt{7}, \quad ab = -2}$$

2. On a $ab = -2$. C'est bien un entier relatif négatif.

$$\boxed{ab = -2 \in \mathbb{Z}^-}$$

3. Si $Y = \frac{a}{b}$:

$$Y = \frac{3 + \sqrt{7}}{-3 + \sqrt{7}} = \frac{(3 + \sqrt{7})(\sqrt{7} + 3)}{(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)} = \frac{16 + 6\sqrt{7}}{-2} = -8 - 3\sqrt{7}$$

Sachant que :

$$2,6457 < \sqrt{7} < 2,6458$$

alors :

$$7,9371 < 3\sqrt{7} < 7,9374$$

$$-7,9374 < -3\sqrt{7} < -7,9371$$

$$-15,9374 < -8 - 3\sqrt{7} < -15,9371$$

Donc :

$$\boxed{-15,9374 < Y < -15,9371}$$

Si l'énoncé voulait $Y = a + b$, alors $Y = 2\sqrt{7}$ et :

$$5,2914 < Y < 5,2916$$

4.

$$|-3 + \sqrt{7}| = |\sqrt{7} - 3| = 3 - \sqrt{7}$$

car $\sqrt{7} < 3$. La bonne réponse est donc :

$$\boxed{(c) \ 3 - \sqrt{7}}$$

Partie B : Activités géométriques

Exercice 1

1. Si $\hat{A}$ et $\hat{C}$ sont complémentaires, alors $\hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$.

Donc :

$$\cos \hat{A} = \sin(90^\circ - \hat{A}) = \sin \hat{C}$$

Vrai

2. Les vecteurs $\vec{u}(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ et $\vec{v}(3; 2)$ sont colinéaires si :

$$\frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{3} \times 3 = 1 - 1 = 0$$

Vrai

Exercice 2

$AB = 30$, $BC = 50$.

1. Le triangle ABC est rectangle en A , donc BC est l'hypoténuse. D'après Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$30^2 + AC^2 = 50^2$$

$$900 + AC^2 = 2500 \implies AC^2 = 1600$$

$$\boxed{AC = 40 \text{ cm}}$$

2. Dans le triangle rectangle en A :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{\cos \hat{B} = \frac{3}{5}, \quad \sin \hat{B} = \frac{4}{5}}$$

3. $\cos \hat{B} = 0,6$, donc :

$$\hat{B} = \arccos(0,6) \approx 53,13^\circ$$

À 1° près par excès :

$$\boxed{\hat{B} \approx 54^\circ}$$

Exercice 3

Pyramide régulière $SMNPQ$, base carrée $MNPQ$ de côté 8 cm, hauteur $OS = 7$ cm.

1. (a) O est le centre du carré. La distance de O à un sommet est la demi-diagonale :

$$OM = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

Dans le triangle SOM rectangle en O :

$$SM^2 = SO^2 + OM^2 = 7^2 + (4\sqrt{2})^2 = 49 + 32 = 81$$

$$\boxed{SM = 9 \text{ cm}}$$

(b) Patron à l'échelle $\frac{1}{2}$:

— carré de côté 4 cm ;

— quatre triangles isocèles de base 4 cm et de côtés 4, 5 cm.

2. Soit H le milieu de NP . Dans la face latérale SNP :

$$SN = SP = 9 \text{ cm}, \quad NP = 8 \text{ cm}$$

$$NH = \frac{NP}{2} = 4 \text{ cm}$$

Dans le triangle SNH rectangle en H :

$$SH^2 = SN^2 - NH^2 = 9^2 - 4^2 = 81 - 16 = 65$$

$$SH = \sqrt{65} \text{ cm} \approx 8,06 \text{ cm}$$

Problème

Repère orthonormé (O, I, J) .

$$R(1; 5), \quad T(-1; -1)$$

1. (a) Placer R et T dans le repère.

(b) Équation de (RT) :

$$\vec{RT} = (-2; -6)$$

Coefficient directeur :

$$m = \frac{-6}{-2} = 3$$

Donc :

$$y = 3x + b$$

Avec $R(1; 5)$:

$$5 = 3(1) + b \implies b = 2$$

$$(RT) : y = 3x + 2$$

Soit :

$$3x - y + 2 = 0$$

2. Tracer :

$$(D) : y = -x + 2$$

$$(D') : 3y = 3x + 2 \implies y = x + \frac{2}{3}$$

3. (a) Intersection de (RT) avec l'axe des abscisses :

$$y = 0 \implies 3x + 2 = 0 \implies x = -\frac{2}{3}$$

$$M\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$$

Intersection de (D) avec l'axe des abscisses :

$$0 = -x + 2 \implies x = 2$$

$$(2; 0)$$

(b) Pour $K(0; 2)$:

$$(RT) : y = 3(0) + 2 = 2$$

$$(D) : y = -0 + 2 = 2$$

Donc K appartient à (RT) et à (D) . C'est leur point d'intersection.

$$\boxed{K(0; 2) \in (RT) \cap (D)}$$

(c) On considère $M(-\frac{2}{3}; 0)$, $N(6; 0)$, $K(0; 2)$.

$$K\vec{M} = \left(-\frac{2}{3}; -2\right), \quad K\vec{N} = (6; -2)$$

Produit scalaire :

$$K\vec{M} \cdot K\vec{N} = \left(-\frac{2}{3}\right)(6) + (-2)(-2) = -4 + 4 = 0$$

Donc :

$$\boxed{\text{Le triangle } KMN \text{ est rectangle en } K}$$

4. (a) M' est le symétrique de M par rapport à K , donc K est le milieu de $[MM']$.

$$M' = 2K - M = (0; 4) - \left(-\frac{2}{3}; 0\right) = \left(\frac{2}{3}; 4\right)$$

De même :

$$N' = 2K - N = (0; 4) - (6; 0) = (-6; 4)$$

Les diagonales $[MM']$ et $[NN']$ ont le même milieu K . De plus :

$$M\vec{M}' = \left(\frac{4}{3}; 4\right), \quad N\vec{N}' = (-12; 4)$$

$$M\vec{M}' \cdot N\vec{N}' = \frac{4}{3}(-12) + 4(4) = -16 + 16 = 0$$

Les diagonales sont donc perpendiculaires. Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires est un losange.

$$\boxed{MNM'N' \text{ est un losange}}$$

(b) Aire du losange :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times MM' \times NN'$$

$$MM' = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 4^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + 16} = \sqrt{\frac{160}{9}} = \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

$$NN' = \sqrt{(-12)^2 + 4^2} = \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{10}}{3} \times 4\sqrt{10} = \frac{1}{2} \times \frac{160}{3} = \frac{80}{3}$$

$$\boxed{\text{Aire} = \frac{80}{3} \text{ cm}^2}$$

Correction BEPC-CMR-2013

EXERCICE 1 (2,5 points)

On pose $X = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

1. Calculer et rendre rationnel le dénominateur de $X + 1$

$$X + 1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1 - \sqrt{5} + 2}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

Si l'on demande de rendre rationnel le dénominateur de $\frac{1}{X + 1}$, alors :

$$\frac{1}{X + 1} = \frac{1}{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{3 - \sqrt{5}}$$

On multiplie numérateur et dénominateur par $3 + \sqrt{5}$:

$$\frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

Donc :

$$\boxed{\frac{1}{X + 1} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}}$$

2. Encadrement de X

On sait que :

$$2,23 < \sqrt{5} < 2,24$$

Donc :

$$1 - 2,24 < 1 - \sqrt{5} < 1 - 2,23$$

$$-1,24 < 1 - \sqrt{5} < -1,23$$

En divisant par 2 :

$$-0,62 < X < -0,615$$

Un encadrement de X par deux nombres décimaux est :

$$\boxed{-0,62 < X < -0,61}$$

EXERCICE 2 (2 points)

1. Développer et réduire

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + 4x - 3x - 6$$

$$(2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + x - 6$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$(2x - 3)(x + 2) = 0$$

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul :

$$2x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -2$$

$$S = \left\{ -2; \frac{3}{2} \right\}$$

3. Ensemble des réels x tels que $-5 \leq 2x - 3 \leq 3$

$$-5 \leq 2x - 3 \leq 3$$

On ajoute 3 partout :

$$-2 \leq 2x \leq 6$$

On divise par 2 :

$$-1 \leq x \leq 3$$

Donc :

$$S = [-1; 3]$$

La bonne réponse est donc $[-1; 3]$.

EXERCICE 3 (2 points)

Les données sont :

210; 242; 200; 185; 197; 203; 138; 152; 265; 178; 187; 218; 175; 197; 132; 146; 183; 188; 144; 248; 237; 196; 255; 240

1. Tableau complété

En utilisant la convention $[120; 150[$, $[150; 180[$, etc. :

Taux de cholestérol	Effectif
$[120; 150[$	4
$[150; 180[$	3
$[180; 210[$	10
$[210; 240[$	3
$[240; 270]$	5
Total	25

2. Pourcentage de sujets à surveiller

À partir de 240 cg/cl, les sujets à surveiller sont dans la classe $[240; 270]$.
Effectif : 5.

$$\text{Pourcentage} = \frac{5}{25} \times 100 = 20\%$$

20%

PARTIE A : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

EXERCICE 1 (3 points)

On donne $A(2; 1)$ et $B(0; 2)$.

1. Équation cartésienne de (AB)

Le vecteur directeur de (AB) est :

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1)$$

Un vecteur normal est $(1; 2)$. Donc l'équation est de la forme :

$$x + 2y + c = 0$$

On remplace par $A(2; 1)$:

$$2 + 2 + c = 0 \Rightarrow c = -4$$

Donc :

$(AB) : x + 2y - 4 = 0$

2. Tracer la droite $(D) : 2x - y - 1 = 0$

On peut écrire :

$$y = 2x - 1$$

La droite passe par exemple par $(0; -1)$ et $(1; 1)$. On la trace dans le repère.

3. Image du triangle OAB par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$

L'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$ transforme :

$$O \mapsto O$$

$$A(2; 1) \mapsto A' \left(1; \frac{1}{2} \right)$$

$$B(0; 2) \mapsto B'(0; 1)$$

Le triangle image est donc $OA'B'$.

EXERCICE 2 (suite géométrie)

D'après les données usuelles de l'exercice, on considère le triangle ABC rectangle en A avec :

$$AB = 4 \text{ cm}, \quad AC = 3 \text{ cm}$$

1. Calcul de BC

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\boxed{BC = 5 \text{ cm}}$$

2. Rayon du cercle circonscrit (C)

Le triangle ABC est rectangle en A . Le centre O du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$.

Donc le rayon est :

$$R = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

$$\boxed{R = 2,5 \text{ cm}}$$

3. (a) Calculer $\sin \widehat{ABC}$

Dans le triangle rectangle ABC :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\boxed{\sin \widehat{ABC} = 0,6}$$

3. (b) Mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AOC}$

D'après la table donnée, si $\sin \alpha = 0,6$, alors :

$$\widehat{ABC} = 36,87^\circ$$

L'angle au centre $\widehat{AOC}$ vaut le double de l'angle inscrit $\widehat{ABC}$ qui intercepte le même arc AC :

$$\widehat{AOC} = 2 \times 36,87^\circ = 73,74^\circ$$

$$\boxed{\widehat{ABC} = 36,87^\circ \quad ; \quad \widehat{AOC} = 73,74^\circ}$$

3. (c) Montrer que $(AC) \parallel (OE)$

O est le milieu de $[BC]$ car c'est le centre du cercle circonscrit au triangle rectangle ABC .

E est le milieu de $[AB]$.

Dans le triangle ABC , la droite qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Donc :

$$(OE) \parallel (AC)$$

$$\boxed{(AC) \parallel (OE)}$$

PROBLÈME (7 points)

Capacité de la citerne :

$$1800 \text{ L} = 1,8 \text{ m}^3$$

Aire de la base :

$$S = 1,5 \text{ m}^2$$

1. Hauteur de la citerne

Volume d'un cône :

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

Donc :

$$1,8 = \frac{1}{3} \times 1,5 \times h$$

$$1,8 = 0,5h$$

$$h = \frac{1,8}{0,5} = 3,6 \text{ m}$$

$$\boxed{h = 3,6 \text{ m}}$$

2. (a) Calculer $\frac{V'}{V} = k^3$

$$V = 1800 \text{ L}, \quad V' = 225 \text{ L}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{225}{1800} = \frac{1}{8}$$

Donc :

$$\boxed{k^3 = \frac{1}{8}}$$

2. (b) Hauteur h' du petit cône

$$k^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$h' = kh = \frac{1}{2} \times 3,6 = 1,8 \text{ m}$$

$$\boxed{h' = 1,8 \text{ m}}$$

3. Temps nécessaire pour vider la citerne

Débit : 15 litres par minute.

$$t = \frac{1800}{15} = 120 \text{ min}$$

$$\boxed{t = 120 \text{ min} = 2 \text{ h}}$$

4. (a) Montrer que $V(t) = 1,8 - 0,015t$

Le débit est :

$$15 \text{ L/min} = 0,015 \text{ m}^3/\text{min}$$

Le volume restant après t minutes est :

$$V(t) = 1,8 - 0,015t$$

$$\boxed{V(t) = 1,8 - 0,015t}$$

4. (b) Calculer $V(90)$ et $V(120)$

$$V(90) = 1,8 - 0,015 \times 90 = 1,8 - 1,35 = 0,45 \text{ m}^3$$

$$V(120) = 1,8 - 0,015 \times 120 = 1,8 - 1,8 = 0$$

$$\boxed{V(90) = 0,45 \text{ m}^3 \quad ; \quad V(120) = 0 \text{ m}^3}$$

4. (c) Temps pour qu'il reste $0,9 \text{ m}^3$

$$1,8 - 0,015t = 0,9$$

$$0,015t = 0,9$$

$$t = \frac{0,9}{0,015} = 60 \text{ min}$$

$$\boxed{t = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}}$$

CORRECTION DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES – BEPC 2014

PARTIE A : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

Relever le numéro et indiquer V ou F :

1. $] -\infty; 3] \cap [-3; +\infty[= [-3; 3]$ **Vrai.**

2. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = 3$ **Faux** car

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = 1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3} \neq 3.$$

3. $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$ **Faux.**

4. $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}| = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ **Vrai**, car $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$.

EXERCICE 2 (2,5 points)

$E = 36 - (2x - 1)^2$ et

$$F = \frac{-14 + 4x}{(7 - 2x)(5 + 2x)}.$$

1.

$$E = 6^2 - (2x - 1)^2 = [6 - (2x - 1)][6 + (2x - 1)]$$

$$E = (7 - 2x)(5 + 2x)$$

2. Condition d'existence de F :

$$(7 - 2x)(5 + 2x) \neq 0 \iff x \neq \frac{7}{2} \text{ et } x \neq -\frac{5}{2}.$$

3. Forme simplifiée de F :

$$-14 + 4x = 2(2x - 7) = -2(7 - 2x).$$

Donc

$$F = \frac{-2(7 - 2x)}{(7 - 2x)(5 + 2x)} = \frac{-2}{5 + 2x}$$

avec $x \neq \frac{7}{2}$ et $x \neq -\frac{5}{2}$.

EXERCICE 3 (2 points)

Tableau des pointures :

Pointure	[32; 34]	[34; 36]	[36; 38]	[38; 40]	[40; 42]	[42; 44]
Effectifs	8	9	13	5	13	2

1. Les classes de plus grand effectif sont :

$$[36; 38] \quad \text{et} \quad [40; 42]$$

car elles ont toutes les deux un effectif de 13.

2. Histogramme : construire des rectangles de largeur 2 et de hauteurs proportionnelles aux effectifs 8, 9, 13, 5, 13, 2.

PARTIE B : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

EXERCICE 1 (2,5 points)

On donne $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$ et $(D) : -4x + 3y + 6 = 0$.

1. (a) Coordonnées de $\overrightarrow{BA}$:

$$\overrightarrow{BA} = A - B = (-1 - 3; 2 - (-1)) = (-4; 3).$$

- (b) Distance BA :

$$BA = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

2. Équation cartésienne de (AB) :

$\overrightarrow{AB} = (4; -3)$. Un vecteur normal est $(3; 4)$.

Donc $(AB) : 3x + 4y + c = 0$.

Avec $A(-1; 2) : -3 + 8 + c = 0 \Rightarrow c = -5$.

$$(AB) : 3x + 4y - 5 = 0.$$

3. (a) $(D) : -4x + 3y + 6 = 0 \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - 2$.

Coefficient directeur : $\frac{4}{3}$.

Réponse : **iii.** $\frac{4}{3}$.

- (b) (AB) a pour coefficient directeur $-\frac{3}{4}$.

Or $\frac{4}{3} \times (-\frac{3}{4}) = -1$.

Donc (D) et (AB) sont **perpendiculaires**.

EXERCICE 2 (2,5 points)

D'après la figure et les données : $ABCD$ rectangle, $AD = 3$ cm, $DE = 4$ cm, $AG = 6$ cm, H milieu de $[AE]$ et $(FH) \parallel (GE)$.

1. Dans le triangle ADE rectangle en D :

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

Donc

$$AE = 5 \text{ cm.}$$

2. H est le milieu de $[AE]$, donc

$$AH = \frac{AE}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm.}$$

Dans le triangle AGE , $F \in [AG]$, $H \in [AE]$ et $(FH) \parallel (GE)$.

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AF}{AG} = \frac{AH}{AE} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}.$$

Donc

$$AF = \frac{AG}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm.}$$

EXERCICE 3 (1,5 points)

La bonne formule du volume d'un cône de révolution est :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Calcul du rayon r :

$$18,84 = \frac{1}{3} \times 3,14 \times r^2 \times 8$$

$$18,84 = \frac{25,12}{3} r^2$$

$$r^2 = \frac{18,84 \times 3}{25,12} = \frac{56,52}{25,12} = 2,25$$

$$r = \sqrt{2,25} = 1,5 \text{ cm.}$$

PROBLÈME (7 points)

A. Étude des fonctions f et g

$$f(x) = 80x \text{ et } g(x) = 200 - 120x.$$

1. (a) g est une fonction affine de coefficient directeur $-120 < 0$.
Donc g est **décroissante** sur $\mathbb{R}$.

(b)

$$f(1) = 80 \times 1 = 80$$

$$g(1) = 200 - 120 \times 1 = 80.$$

2.

$$f(a) = 200 \Rightarrow 80a = 200 \Rightarrow a = \frac{200}{80} = 2,5.$$

$$g(b) = 0 \Rightarrow 200 - 120b = 0 \Rightarrow 120b = 200 \Rightarrow b = \frac{200}{120} = \frac{5}{3}.$$

3. Droites :

$$(D) : 80x - y = 0 \Rightarrow y = 80x$$

$$(D') : 120x + y - 200 = 0 \Rightarrow y = 200 - 120x.$$

Intersection :

$$80x = 200 - 120x \Rightarrow 200x = 200 \Rightarrow x = 1$$

$$y = 80 \times 1 = 80.$$

Donc le point d'intersection est :

$$(1; 80).$$

B. Rencontre des deux véhicules

Les distances à la ville A sont :

$$x = 80t \quad \text{et} \quad y = 200 - 120t.$$

1. (a) Les véhicules se rencontrent lorsque $x = y$:

$$80t = 200 - 120t$$

$$200t = 200 \Rightarrow t = 1 \text{ h.}$$

Départ à 6h30, donc rencontre à :

$$6\text{h}30 + 1\text{h} = 7\text{h}30.$$

- (b) Distance parcourue par le premier véhicule :

$$80 \times 1 = 80 \text{ km.}$$

Distance parcourue par le second :

$$120 \times 1 = 120 \text{ km.}$$

Total : $80 + 120 = 200$ km, ce qui correspond à la distance entre les villes A et B .

CORRECTION DE L'ÉPREUVE BEPC-CMR-2015

PARTIE A : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (1,5 point)

1. Vérifier que $(x + 1)(2x + 3) = 2x^2 + 5x + 3$. [0,75pt]

Développons le membre de gauche :

$$\begin{aligned}(x + 1)(2x + 3) &= x \cdot 2x + x \cdot 3 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 3x + 2x + 3 \\ &= 2x^2 + 5x + 3\end{aligned}$$

On retrouve bien le membre de droite. Donc :

$$(x + 1)(2x + 3) = 2x^2 + 5x + 3$$

2. En déduire une factorisation de : $A(x) = 2x^2 + 5x + 3 - (2x + 3)(4x + 2)$. [0,75pt]

D'après la question précédente :

$$2x^2 + 5x + 3 = (x + 1)(2x + 3)$$

Donc :

$$\begin{aligned}A(x) &= (x + 1)(2x + 3) - (2x + 3)(4x + 2) \\ &= (2x + 3)[(x + 1) - (4x + 2)] \\ &= (2x + 3)(x + 1 - 4x - 2) \\ &= (2x + 3)(-3x - 1)\end{aligned}$$

$$A(x) = (2x + 3)(-3x - 1) = -(2x + 3)(3x + 1)$$

EXERCICE 2 (2,5 points)

âge	12	14	16	17	18
Nombre d'élèves	3	25	22	18	2

1. Quel est l'effectif total de cette classe ?

$$N = 3 + 25 + 22 + 18 + 2 = 70$$

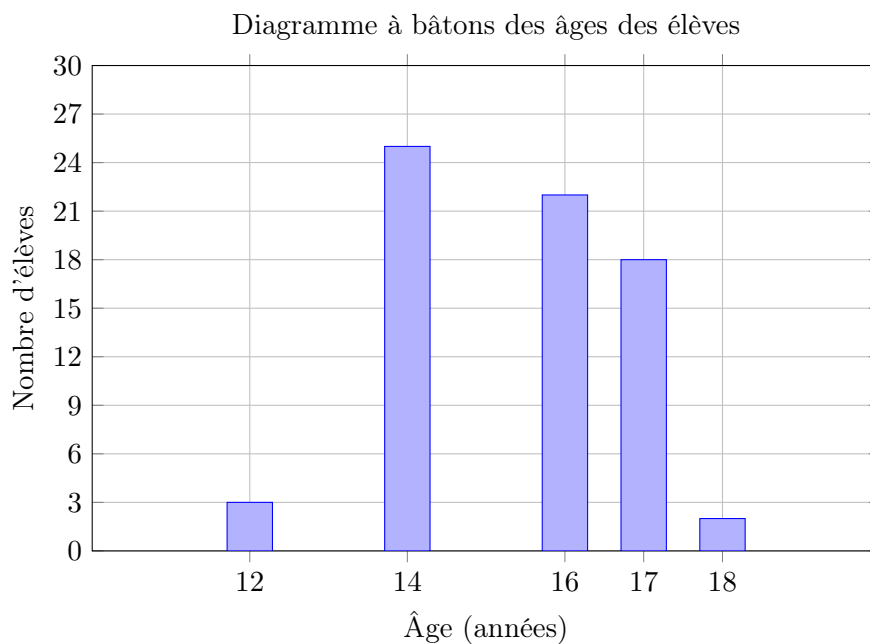
L'effectif total de la classe est 70 élèves.

2. Quel est le mode de la série statistique ainsi définie ?

Le mode est la valeur de la variable qui a le plus grand effectif. Ici, l'âge 14 ans a un effectif de 25, qui est le plus grand.

Le mode de cette série est 14 ans.

3. Représenter cette série dans un diagramme à bâtons.



EXERCICE 3 (2 points)

1. Écrire A et B sous la forme $a\sqrt{b}$.

$$A = -4\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$$

Or :

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}, \quad \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

Donc :

$$A = -4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$\boxed{A = -3\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{7\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$$

Or $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$, donc :

$$B = \frac{7 \times 2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{10}}{2} = 7\sqrt{10}$$

$$\boxed{B = 7\sqrt{10}}$$

2. (a) Comparer 3 et $2\sqrt{3}$.

Les deux nombres sont positifs, comparons leurs carrés :

$$3^2 = 9, \quad (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

Comme $9 < 12$, on a :

$$\boxed{3 < 2\sqrt{3}}$$

(b) On pose $C = (3 - 2\sqrt{3})^2$. Écrire C sous la forme $a + b\sqrt{c}$.

$$\begin{aligned}
C &= (3 - 2\sqrt{3})^2 \\
&= 3^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 \\
&= 9 - 12\sqrt{3} + 12 \\
&= 21 - 12\sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\boxed{C = 21 - 12\sqrt{3}}$$

(c) En déduire que : $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$.

On a :

$$21 - 12\sqrt{3} = (3 - 2\sqrt{3})^2$$

Donc :

$$\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2} = |3 - 2\sqrt{3}|$$

Or d'après 2(a), $3 < 2\sqrt{3}$, donc $3 - 2\sqrt{3} < 0$. Ainsi :

$$|3 - 2\sqrt{3}| = -(3 - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3$$

$$\boxed{\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3}$$

PARTIE B : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (6,5 points)

EXERCICE 1 (3 points)

Données : O centre du cercle, $\widehat{CAB} = 36$, $\widehat{BOD} = 130$.

1. (a) Calculer $\widehat{COB}$.

$\widehat{CAB}$ est un angle inscrit interceptant l'arc $\widehat{CB}$. $\widehat{COB}$ est l'angle au centre interceptant le même arc.

$$\widehat{COB} = 2 \times \widehat{CAB} = 2 \times 36 = 72$$

$$\boxed{\widehat{COB} = 72}$$

(b) Déduire que $\widehat{OCB} = \widehat{CBO} = 54$.

Dans le triangle COB, OC = OB (rayons), donc le triangle est isocèle en O. Les angles à la base sont égaux.

$$\widehat{COB} + \widehat{OCB} + \widehat{CBO} = 180$$

$$72 + 2\widehat{OCB} = 180 \Rightarrow \widehat{OCB} = 54$$

$$\boxed{\widehat{OCB} = \widehat{CBO} = 54}$$

2. Calculer $\widehat{BED}$.

$\widehat{BED}$ est un angle inscrit interceptant l'arc $\widehat{BD}$. $\widehat{BOD}$ est l'angle au centre interceptant le même arc.

$$\widehat{BED} = \frac{1}{2} \times \widehat{BOD} = \frac{1}{2} \times 130 = 65$$

$$\boxed{\widehat{BED} = 65}$$

EXERCICE 2 (3,5 points)

Données : $AC = 3$ cm, $FB = \frac{2}{3}$ cm, $BC = 1$ cm, $(FB) \parallel (AE)$.

1. (a) Montrer que $AE = 2$ cm.

D'après le théorème de Thalès dans le triangle ACE (B sur [AC], F sur [CE], $(FB) \parallel (AE)$) :

$$\frac{CB}{CA} = \frac{CF}{CE} = \frac{FB}{AE}$$

$$\frac{CB}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{FB}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow AE = 3 \times FB = 3 \times \frac{2}{3} = 2 \text{ cm}$$

$$\boxed{AE = 2 \text{ cm}}$$

2. Calculer le volume du tronc de cône.

Cône initial : sommet C, base rayon $AE = 2$ cm, hauteur $AC = 3$ cm.

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi \times AE^2 \times AC = \frac{1}{3}\pi \times 4 \times 3 = 4\pi \text{ cm}^3$$

Petit cône : sommet C, base rayon $FB = \frac{2}{3}$ cm, hauteur $CB = 1$ cm.

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 1 = \frac{1}{3}\pi \times \frac{4}{9} = \frac{4\pi}{27} \text{ cm}^3$$

Volume du tronc :

$$V = V_1 - V_2 = 4\pi - \frac{4\pi}{27} = \frac{104\pi}{27} \text{ cm}^3$$

$$\boxed{V = \frac{104\pi}{27} \text{ cm}^3 \approx 12,1 \text{ cm}^3}$$

PARTIE C : PROBLÈME (7 points)

Données : $\overrightarrow{OC} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$.

1. (a) Coordonnées de A et B par lecture graphique.

D'après le graphique et les questions suivantes :

$$\boxed{A(3,5) \quad \text{et} \quad B(8,1)}$$

(b) En déduire $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AB} = (8-3)\vec{i} + (1-5)\vec{j} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\overrightarrow{AC} = (6-3)\vec{i} + (2-5)\vec{j} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} - 4\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j}}$$

2. (a) Justifier que (AB) a pour équation $4x + 5y - 37 = 0$.

$\overrightarrow{AB} = (5, -4)$. Un vecteur normal est $\vec{n} = (4, 5)$. L'équation est de la forme $4x + 5y + c = 0$.

Avec $A(3,5)$:

$$4(3) + 5(5) + c = 0 \Rightarrow 12 + 25 + c = 0 \Rightarrow c = -37$$

$$\boxed{4x + 5y - 37 = 0}$$

(b) Équation cartésienne de (AC).

$\overrightarrow{AC} = (3, -3)$. Un vecteur normal est $\vec{n} = (1, 1)$. L'équation est $x + y + c = 0$. Avec A(3,5) :

$$3 + 5 + c = 0 \Rightarrow c = -8$$

$$\boxed{x + y - 8 = 0}$$

3. (a) Justifier le système.

- Nombre total de casiers : $x + y = 8 \Rightarrow x + y - 8 = 0$ - Dépense totale : $4000x + 5000y = 37000 \Rightarrow 4x + 5y = 37 \Rightarrow 4x + 5y - 37 = 0$

$$\boxed{\begin{cases} 4x + 5y - 37 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases}}$$

(b) Lecture graphique.

Le point d'intersection des droites (AB) et (AC) est A(3,5).

$$\boxed{x = 3 \text{ et } y = 5}$$

Nanga a acheté 3 casiers de jus et 5 casiers de bière.

(c) Résolution du système.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 37 & (1) \\ x + y = 8 & (2) \end{cases}$$

De (2) : $y = 8 - x$. Substituons dans (1) :

$$4x + 5(8 - x) = 37 \Rightarrow 4x + 40 - 5x = 37 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 8 - 3 = 5$$

$$\boxed{x = 3 \text{ et } y = 5}$$

RÉCAPITULATIF DES RÉPONSES

Exercice	Question	Réponse
A-1	1	$(x+1)(2x+3) = 2x^2 + 5x + 3$
A-1	2	$A(x) = (2x+3)(-3x-1)$
A-2	1	Effectif total = 70
A-2	2	Mode = 14 ans
A-3	1	$A = -3\sqrt{3}, B = 7\sqrt{10}$
A-3	2a	$3 < 2\sqrt{3}$
A-3	2b	$C = 21 - 12\sqrt{3}$
A-3	2c	$\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$
B-1	1a	$\widehat{COB} = 72$
B-1	1b	$\widehat{OCB} = \widehat{CBO} = 54$
B-1	2	$\widehat{BED} = 65$
B-2	1a	$AE = 2 \text{ cm}$
B-2	2	$V = \frac{104\pi}{27} \text{ cm}^3$
C-1	1a	$A(3, 5), B(8, 1)$
C-1	1b	$\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} - 4\vec{j}, \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$
C-2	2a	$4x + 5y - 37 = 0$
C-2	2b	$x + y - 8 = 0$
C-3	3a	Système vérifié
C-3	3b	3 casiers de jus, 5 casiers de bière
C-3	3c	$x = 3, y = 5$

Fin de la correction.