



SUJETEXA.COM

SITEWEB POUR
LYCEES ET
COLLEGES
D'ENSEIGNEMENT
SECONDAIRE DU
CAMEROUN

**REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX-TRAVAIL-PATRIE**

ANCIENNES EPREUVES CORRIGEEES DE MATHS BAC A4 SESSION (2009...2016)

Voici le QR Code pour votre site web <https://sujetexa.com>



**CONTACT WHATSAPP :
+237677007035**



L'épreuve comporte quatre (04) exercices indépendants.

Exercice 1 (5points).

I- 1- Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$ [1pt]

2- En déduire l'ensemble solution du système suivant : $\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 1 \\ 5 \ln x + 3 \ln y = 4 \end{cases}$ [1pt]

II- Parmi les quatre réponses qui sont proposées, une seule est juste. Recopier sur votre feuille de composition son numéro.

1- Une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{3}{2-x}$ est sur $]2, +\infty[$: [1pt]

(a) $F(x) = -3 \ln(2 - x)$

(c) $F(x) = \frac{1}{3} \ln |2 - x| + k$

(b) $F(x) = 3 \ln |2 - x|$

(d) $F(x) = 1 - 3 \ln(x - 2)$.

2- La dérivée de la fonction g définie par $g(x) = e^{2x} \ln x$ sur $]0, +\infty[$ est : [1pt]

(a) $2e^x \ln x + \frac{e^{2x}}{x}$

(b) $2e^{2x} \ln x$

(c) $2e^{2x} \ln x + \frac{e^{2x}}{x}$

(d) $\frac{e^{2x}}{x}$.

3- La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est : [1pt]

(a) décroissante sur $\mathbb{R}^*$

(c) Décroissante sur $]2, +\infty[$

(b) Croissante sur $\mathbb{R}^*$

(d) Décroissante sur $] - 3, 0[\cup]0, +\infty[$.

Exercice 2 (5points).

Les décisions d'un conseil de classe de fin d'année sont les suivantes selon les tranches de moyennes :
pour une moyenne de l'intervalle $[0, 7[$, l'élève est exclu ;

pour une moyenne de l'intervalle $[7, 10[$, l'élève redouble la classe ;

pour une moyenne de l'intervalle $[10, 14[$, l'élève est admis en classe supérieure sans bourse ;

pour une moyenne de l'intervalle $[14, 20[$, l'élève est admis en classe supérieure avec bourse.

Les effectifs de chacune de ces tranches de moyennes obtenues dans cette classe sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Moyennes	$[0; 7[$	$[7; 10[$	$[10; 14[$	$[14; 20[$
Effectifs	6	18	24	12

1. Représenter les décisions du conseil de cette classe par un diagramme circulaire. [2pt]

2. Calculer la moyenne $\bar{x}$ de cette classe. [0.5pt]

3. Déterminer la classe modale et calculer la médiane de cette série statistique. [1pt]

4. construire le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique. (On prendra $0,5cm$ pour unité de moyenne et $1cm$ pour 10 élèves). [1.5pt]

Exercice 3 (5points).

Une urne contient 8 boules marquées 10, 4 boules marquées 15 et 3 boules marquées 20. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules de cette urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

1. A « n'obtenir aucune boule marquée 10 » ; [1pt]

2. B « obtenir au moins une boule marquée 15 » ; [1.5pt]
3. C « obtenir une boule de chaque type » ; [1pt]
4. D « obtenir un total de 50 points » . [1.5pt]

Exercice 4 (5points).

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 2 + \frac{1}{e^x}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. L'unité de longueur choisie sur les axes est $2cm$.

1. (a) Calculer la limite de f en $+\infty$. [0.5pt]
(b) Vérifier que, pour tout nombre réel x non nul, $f(x) = x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x}\right)$. [0.25pt]
(c) En déduire que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. [0.5pt]
2. (a) Montrer que $f'(x) = \frac{e^x - 1}{e^x}$ et étudier le sens de variation de f . [1pt]
(b) Dresser le tableau de variation de f . [0.25pt]
3. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 2))$. [0.25pt]
(b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (C) quand x tend vers $+\infty$. [0.25pt]
4. Etudier les positions relatives de (C) et (D) . [0.5pt]
5. Construire (C) et (D) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. [1.5pt]

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Baccalauréat Série A - Juin 2009 (Cameroun)

Exercice 1 (5 points)

I-1. Résolution du système linéaire Le système est :

$$\begin{cases} 2x + y = 1 & (1) \\ 5x + 3y = 4 & (2) \end{cases}$$

De l'équation (1), on tire $y = 1 - 2x$. En substituant dans (2) : $5x + 3(1 - 2x) = 4 \implies 5x + 3 - 6x = 4 \implies -x = 1 \implies x = -1$. On en déduit $y = 1 - 2(-1) = 3$.

L'ensemble solution est $S = \{(-1; 3)\}$.

I-2. Ensemble solution du système avec logarithmes Le système est :

$$\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 1 \\ 5 \ln x + 3 \ln y = 4 \end{cases}$$

Posons $X = \ln x$ et $Y = \ln y$ (avec $x > 0$ et $y > 0$). Le système devient identique à celui de la question I-1 :

$$\begin{cases} 2X + Y = 1 \\ 5X + 3Y = 4 \end{cases}$$

D'après la question précédente, la solution est $X = -1$ et $Y = 3$. Donc $\ln x = -1 \implies x = e^{-1}$ et $\ln y = 3 \implies y = e^3$.

L'ensemble solution est $S = \{(e^{-1}; e^3)\}$.

II. QCM

1. **Réponse (d)** : $F(x) = -3 \ln(x - 2)$.

Justification : Sur $]2, +\infty[$, $2 - x < 0$ donc $|2 - x| = x - 2$. La primitive de $\frac{3}{2-x} = -3 \frac{-1}{2-x}$ est $-3 \ln |2 - x| = -3 \ln(x - 2)$ à une constante près.

2. **Réponse (c)** : $g'(x) = 2e^{2x} \ln x + \frac{e^{2x}}{x}$.

Justification : On applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$ avec $u(x) = e^{2x}$ et $v(x) = \ln x$.

3. **Réponse (c)** : Décroissante sur $]2, +\infty[$.

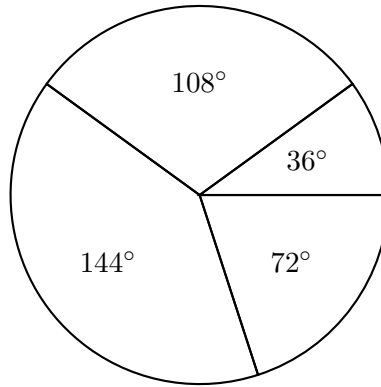
Justification : La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]0, +\infty[$. L'intervalle $]2, +\infty[$ étant inclus dans $]0, +\infty[$, elle y est bien décroissante.

Exercice 2 (5 points)

Effectif total $N = 6 + 18 + 24 + 12 = 60$.

1. Diagramme circulaire On calcule l'angle $\alpha_i = \frac{n_i}{N} \times 360^\circ$ pour chaque classe :

- $[0; 7[: \frac{6}{60} \times 360^\circ = 36^\circ$
- $[7; 10[: \frac{18}{60} \times 360^\circ = 108^\circ$
- $[10; 14[: \frac{24}{60} \times 360^\circ = 144^\circ$
- $[14; 20[: \frac{12}{60} \times 360^\circ = 72^\circ$



2. Moyenne $\bar{x}$ de la classe On utilise les centres de classes $c_i : 3, 5; 8, 5; 12; 17$.

$$\bar{x} = \frac{1}{60}(6 \times 3,5 + 18 \times 8,5 + 24 \times 12 + 12 \times 17) = \frac{21 + 153 + 288 + 204}{60} = \frac{666}{60}$$

La moyenne est $\bar{x} = 11,1$.

3. Classe modale et médiane

- **Classe modale** : C'est la classe qui a le plus grand effectif. Il s'agit de la classe $[10; 14[$ (effectif 24).
- **Médiane (m_e)** : $\frac{N}{2} = 30$. Les effectifs cumulés croissants sont : 6 ; 24 ; 48 ; 60. La médiane se trouve dans la classe $[10; 14[$. Par interpolation linéaire :

$$m_e = 10 + \frac{14 - 10}{24} \times (30 - 24) = 10 + \frac{4}{24} \times 6 = 10 + 1$$

La médiane est $m_e = 11$.

4. Polygone des effectifs cumulés croissants Dans le repère, on place les points aux bornes supérieures des classes : $(0; 0)$, $(7; 6)$, $(10; 24)$, $(14; 48)$, $(20; 60)$, et on les relie par des segments de droite.

Exercice 3 (5 points)

L'urne contient $8 + 4 + 3 = 15$ boules. On tire 3 boules simultanément. Le nombre total de tirages possibles est $\binom{15}{3} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2 \times 1} = 455$.

1. Probabilité de l'événement A Il faut tirer les 3 boules parmi les 7 qui ne sont pas marquées 10. Nombre de cas favorables : $\binom{7}{3} = 35$.

$$P(A) = \frac{35}{455} = \frac{1}{131}$$

2. Probabilité de l'événement B L'événement contraire $\bar{B}$ est « n'obtenir aucune boule marquée 15 ». On tire 3 boules parmi les 11 non marquées 15. Nombre de cas de $\bar{B}$: $\binom{11}{3} = 165$.

$$P(\bar{B}) = \frac{165}{455} = \frac{33}{91} \implies P(B) = 1 - \frac{33}{91} = \frac{58}{91}$$

3. Probabilité de l'événement C On choisit 1 boule de chaque type. Nombre de cas favorables : $\binom{8}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 8 \times 4 \times 3 = 96$.

$$P(C) = \frac{96}{455}$$

4. Probabilité de l'événement D Soit a, b, c le nombre de boules marquées 10, 15 et 20. On a le système :

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 10a + 15b + 20c = 50 \implies 2a + 3b + 4c = 10 \end{cases}$$

En testant les valeurs, on trouve deux solutions valides :

- Cas 1 : $c = 2 \implies a = 1, b = 0$. Nombre de tirages : $\binom{8}{1} \times \binom{3}{2} = 24$.
- Cas 2 : $c = 1 \implies a = 0, b = 2$. Nombre de tirages : $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 18$.

Nombre total de cas favorables = $24 + 18 = 42$.

$$P(D) = \frac{42}{455} = \frac{6}{65}$$

Exercice 4 (5 points)

$$f(x) = x - 2 + e^{-x}$$

1. Limites de f

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$. Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- (b) Pour tout $x \neq 0$, on factorise par x : $f(x) = x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{e^{-x}}{x}\right) = x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x}\right)$. (CQFD)
- (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0^-$. Donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xe^x} = -\infty$. Le terme entre parenthèses tend vers $-\infty$, et x tend vers $-\infty$. Le produit tend vers $+\infty$. Donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

2. Dérivée et variations

- (a) $f'(x) = 1 - e^{-x} = \frac{e^x - 1}{e^x}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$. Le signe de $f'(x)$ dépend de $e^x - 1$.
 $e^x - 1 \geq 0 \iff x \geq 0$. $f'(x) < 0$ sur $] -\infty; 0[$ et $f'(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$.
 f est strictement décroissante sur $] -\infty; 0[$ et strictement croissante sur $]0; +\infty[$.
- (b) **Tableau de variation :**

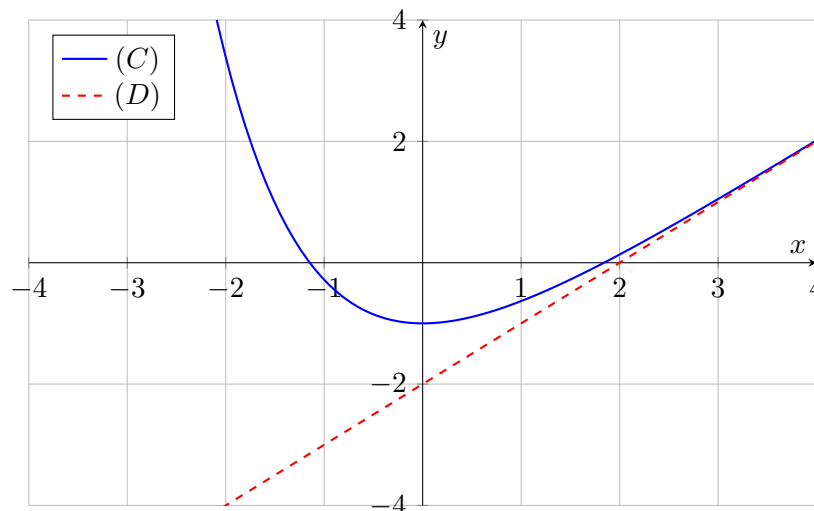
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

3. Asymptote oblique

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$.
- (b) Puisque la limite de la différence est nulle, **la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$.**

4. Positions relatives de (C) et (D) Pour tout réel x , $f(x) - (x - 2) = e^{-x}$. L'exponentielle étant toujours strictement positive, $e^{-x} > 0$. Donc $f(x) > x - 2$. **La courbe (C) est strictement au-dessus de la droite (D) sur tout $\mathbb{R}$.**

5. Construction de (C) et (D)



L'épreuve comporte sur une page, deux exercices et un problème, tous obligatoires.

Exercice 1 (5points).

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + x - 30 = 0$. [1pt]
2. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions des équations suivantes :
 - (a) $(E_1) : \ln(x-1) + \ln(x+2) = \ln 28$. [2pt]
 - (b) $(E_2) : e^x - 30e^{-x} + 1 = 0$. [2pt]

Exercice 2 (5points). Le tableau ci-dessous donne l'évolution du prix du kilogramme de viande dans une ville du pays de 1992 à 2001.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Prix en CFA	1300	1350	1360	1405	1440	1455	1500	1510	1560	1600

1. En prenant dans un repère convenablement choisi 1cm pour un an en abscisse et 1cm pour 200 FCFA en ordonnées, représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique. [1pt]
2. Déterminer le point moyen G . [1pt]
3. En utilisant la méthode de Mayer, donner une équation cartésienne de la droite d'ajustement de cette série. [2.5pt]
4. Quelle prévision faites-vous sur le prix du kilogramme de viande en 2007 ? [0.5pt]

Problème(10 points).

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + e^x$. Dans le plan rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (C) désigne la courbe représentative de f .

1. Calculer $f(0)$, $f(\ln 2)$. [0.5pt]
2. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers l'infini, on pourra écrire $f(x)$ sous la forme : $f(x) = e^x \left(-\frac{1}{2}e^x + 1\right)$. [1pt]
3. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f . [3pt]
4. Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à (C) au point d'abscisse $\ln 2$. [1pt]
5. Compléter le tableau ci-dessous : [1.25pt]

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

6. Tracer T et (C) dans le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm. [2pt]
7. Déterminer sur $\mathbb{R}$ la forme générale de toutes les primitives de f ; en déduire la primitive de f qui s'annule en $x_0 = \ln 2$. [1.25pt]

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Baccalauréat 2010 – Série A4

Exercice 1 (5 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 + x - 30 = 0$

$$\begin{aligned}\Delta &= 1^2 - 4(1)(-30) = 1 + 120 = 121 \\ \sqrt{\Delta} &= 11 \\ x_1 &= \frac{-1 - 11}{2} = -6, \quad x_2 = \frac{-1 + 11}{2} = 5\end{aligned}$$

Donc :

$$S = \{-6; 5\}$$

2. (a) Résoudre : $\ln(x - 1) + \ln(x + 2) = \ln 28$

Conditions d'existence :

$$x - 1 > 0 \quad \text{et} \quad x + 2 > 0$$

donc :

$$x > 1$$

On utilise $\ln a + \ln b = \ln(ab)$:

$$\begin{aligned}\ln((x - 1)(x + 2)) &= \ln 28 \\ (x - 1)(x + 2) &= 28 \\ x^2 + x - 2 &= 28 \\ x^2 + x - 30 &= 0\end{aligned}$$

D'après la question 1 :

$$x = -6 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

Mais $x > 1$, donc :

$$S = \{5\}$$

2. (b) Résoudre : $e^X - 30e^{-X} + 1 = 0$

On multiplie par $e^X > 0$:

$$e^{2X} + e^X - 30 = 0$$

Posons $y = e^X$, avec $y > 0$. Alors :

$$\begin{aligned}y^2 + y - 30 &= 0 \\ \Delta &= 121 \\ y_1 &= -6, \quad y_2 = 5\end{aligned}$$

Comme $y = e^X > 0$, on garde $y = 5$:

$$\begin{aligned}e^X &= 5 \\ X &= \ln 5\end{aligned}$$

Donc :

$$S = \{\ln 5\}$$

Exercice 2 (5 points)

Tableau des données :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Prix	1300	1350	1360	1405	1440	1455	1500	1510	1560	1600

1. Nuage de points

Dans un repère où :

- en abscisse : 1 cm pour 1 an ;
- en ordonnée : 1 cm pour 200 FCFA,

on place les points :

$$(1992; 1300), (1993; 1350), (1994; 1360), (1995; 1405), (1996; 1440), \\ (1997; 1455), (1998; 1500), (1999; 1510), (2000; 1560), (2001; 1600).$$

Le nuage est croissant.

2. Point moyen G

Moyenne des années :

$$\bar{x} = \frac{1992 + 1993 + \dots + 2001}{10} = 1996,5$$

Moyenne des prix :

$$\bar{y} = \frac{1300 + 1350 + 1360 + 1405 + 1440 + 1455 + 1500 + 1510 + 1560 + 1600}{10} \\ \bar{y} = \frac{14480}{10} = 1448$$

Donc :

$$G(1996,5; 1448)$$

3. Ajustement par la méthode de Mayer

On partage la série en deux groupes de 5 points.

Premier groupe : 1992 à 1996

Années moyennes :

$$\bar{x}_1 = \frac{1992 + 1993 + 1994 + 1995 + 1996}{5} = 1994$$

Prix moyens :

$$\bar{y}_1 = \frac{1300 + 1350 + 1360 + 1405 + 1440}{5} = \frac{6855}{5} = 1371$$

Donc :

$$M_1(1994; 1371)$$

Deuxième groupe : 1997 à 2001

Années moyennes :

$$\bar{x}_2 = \frac{1997 + 1998 + 1999 + 2000 + 2001}{5} = 1999$$

Prix moyens :

$$\bar{y}_2 = \frac{1455 + 1500 + 1510 + 1560 + 1600}{5} = \frac{7625}{5} = 1525$$

Donc :

$$M_2(1999; 1525)$$

La droite d'ajustement passe par M_1 et M_2 . Son coefficient directeur est :

$$a = \frac{1525 - 1371}{1999 - 1994} = \frac{154}{5} = 30,8$$

Équation :

$$y - 1371 = 30,8(x - 1994)$$

$$y = 30,8x - 60044,2$$

Donc :

$$\boxed{y = 30,8x - 60044,2}$$

Si on utilise le rang de l'année avec 1992 comme rang 1, on obtient :

$$\boxed{y = 30,8x + 1278,6}$$

4. Prévision pour 2007

On remplace $x = 2007$:

$$y = 30,8 \times 2007 - 60044,2$$

$$y = 1771,4$$

Donc le prix prévu du kilogramme de viande en 2007 est environ :

$$\boxed{1771 \text{ FCFA}}$$

Problème (10 points)

Soit :

$$f(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + e^x$$

1. Calculer $f(0)$ et $f(\ln 2)$

$$f(0) = -\frac{1}{2}e^0 + e^0 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{f(0) = \frac{1}{2}}$$

$$f(\ln 2) = -\frac{1}{2}e^{2\ln 2} + e^{\ln 2}$$

Or :

$$e^{\ln 2} = 2, \quad e^{2\ln 2} = 4$$

Donc :

$$f(\ln 2) = -\frac{1}{2} \times 4 + 2 = -2 + 2 = 0$$

$$\boxed{f(\ln 2) = 0}$$

2. Limites de f

On écrit :

$$f(x) = e^x \left(-\frac{1}{2}e^x + 1 \right)$$

Quand $x \rightarrow +\infty$:

$$e^x \rightarrow +\infty, \quad -\frac{1}{2}e^x + 1 \rightarrow -\infty$$

Donc :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Quand $x \rightarrow -\infty$:

$$e^x \rightarrow 0, \quad e^{2x} \rightarrow 0$$

Donc :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

Plus précisément :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+}$$

La droite $y = 0$ est asymptote horizontale à (C) en $-\infty$.

3. Dérivée et tableau de variation

$$f'(x) = -e^{2x} + e^x$$

$$f'(x) = e^x(1 - e^x)$$

Comme $e^x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $1 - e^x$.

$$f'(x) = 0 \iff 1 - e^x = 0 \iff e^x = 1 \iff x = 0$$

— Si $x < 0$, alors $e^x < 1$, donc $1 - e^x > 0$, donc $f'(x) > 0$.

— Si $x > 0$, alors $e^x > 1$, donc $1 - e^x < 0$, donc $f'(x) < 0$.

Tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$
$f(x)$	0^+	$\nearrow \quad \frac{1}{2} \quad \searrow$	$-\infty$

Donc f admet un maximum en $x = 0$:

$$f(0) = \frac{1}{2}$$

4. Tangente T au point d'abscisse $\ln 2$

Point de contact :

$$A(\ln 2; f(\ln 2)) = A(\ln 2; 0)$$

Pente :

$$f'(\ln 2) = e^{\ln 2}(1 - e^{\ln 2}) = 2(1 - 2) = -2$$

Équation de la tangente :

$$y - 0 = -2(x - \ln 2)$$

$$\boxed{y = -2x + 2 \ln 2}$$

Ou encore :

$$\boxed{2x + y - 2 \ln 2 = 0}$$

5. Tableau de valeurs

$$f(-2) = -\frac{1}{2}e^{-4} + e^{-2} \approx 0,126$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2}e^{-2} + e^{-1} \approx 0,300$$

$$f(0) = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}e^2 + e \approx -0,976$$

$$f(2) = -\frac{1}{2}e^4 + e^2 \approx -19,910$$

Tableau :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0,13	0,30	0,5	-0,98	-19,91

6. Tracé de T et (C)

Pour le tracé :

- (C) passe par $(0; 0,5)$ et $(\ln 2; 0)$.
- (C) admet la droite $y = 0$ comme asymptote en $-\infty$.
- Maximum de (C) au point $(0; 0,5)$.
- La tangente T passe par $(\ln 2; 0)$ et coupe l'axe des ordonnées en :

$$y = 2 \ln 2 \approx 1,386$$

- La tangente T a pour équation :

$$y = -2x + 2 \ln 2$$

On trace (C) et T dans le même repère orthonormé d'unité 1 cm.

7. Primitives de f

On cherche F telle que $F'(x) = f(x)$.

$$f(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + e^x$$

Une primitive est :

$$F(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C$$

$$F(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + e^x + C$$

Donc la forme générale des primitives est :

$F(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + e^x + C, \quad C \in \mathbb{R}$

On veut la primitive qui s'annule en $x_0 = \ln 2$:

$$F(\ln 2) = 0$$

$$-\frac{1}{4}e^{2\ln 2} + e^{\ln 2} + C = 0$$

$$-\frac{1}{4} \times 4 + 2 + C = 0$$

$$-1 + 2 + C = 0$$

$$1 + C = 0$$

$$C = -1$$

Donc la primitive cherchée est :

$$F(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + e^x - 1$$

Résumé des résultats principaux

$$x^2 + x - 30 = 0 \iff x = -6 \text{ ou } x = 5$$

$$\ln(x-1) + \ln(x+2) = \ln 28 \iff x = 5$$

$$e^X - 30e^{-X} + 1 = 0 \iff X = \ln 5$$

$$G(1996,5; 1448)$$

$$y = 30,8x - 60044,2$$

$$\text{Prévision 2007 : 1771 FCFA}$$

$$f(0) = \frac{1}{2}, \quad f(\ln 2) = 0$$

$$f'(x) = e^x(1 - e^x)$$

$$T : y = -2x + 2 \ln 2$$

$$\text{Primitives : } F(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + e^x + C$$

$$F_0(x) = -\frac{1}{4}e^{2x} + e^x - 1$$

L'épreuve comporte sur une page, deux exercices et un problème sur une page. Le candidat devra traiter les exercices et le problème. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 (5points). *Les deux parties I et II sont indépendantes.*

I- Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation (E) : $8e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$. [2pts]

II- Une mère de 37 ans a trois enfants âgés respectivement de 8, 10 et 13 ans.

1. (a) Dans combien d'année l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges des enfants. [1pt]
(b) Quels seront alors les âges respectifs de la mère et de chacun des enfants? [0,5pt]
2. Cette mère partage une somme de 7750 F entre ses trois enfants. Les parts sont proportionnelles à leurs âges actuels respectifs. Déterminer la part de chaque enfant. [1,5pt]

Exercice 2 (5points). *Les résultats respectifs seront donnés sous forme de fraction irréductibles.*

Une étude faite sur 25 personnes révèle que parmi elles, 11 possèdent un téléphone fixe, 15 possèdent un téléphone portable et 5 possèdent un téléphone fixe et un téléphone portable.

1. Déterminer le nombre de personnes qui :
(a) possède uniquement un téléphone fixe. [1pt]
(b) ne possède ni téléphone fixe ni téléphone portable. [1pt]
2. On choisit au hasard et simultanément deux personnes parmi les 25. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Chacune des personnes choisies possède un téléphone portable ». [1,5pt]
B : « Chacune des personnes choisies possède uniquement un téléphone portable ». [1,5pt]

Problème(10 points).

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$, C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. (a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . [0,5pt]
(b) Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel $x \in D_f$ on a : [1,5pt]

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}.$$

- (c) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. [1pt]
- (d) Déterminer les équations cartésiennes respectives des deux asymptotes à la courbe C_f . [1pt]
2. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations. [2pts]
3. (a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe C_f et l'axe des ordonnées. [0,5pt]
(b) Écrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe C_f au point A . [0,5pt]
(c) Tracer dans le même repère la droite (T) et la courbe C_f . [2pts]
4. Soit F la primitive de f sur $] -2; +\infty[$ qui prend la valeur 0 en $x_0 = -1$. Déterminer la fonction F . [1pt]

Correction de l'épreuve de mathématiques – Baccalauréat 2012 Série A4

Remarque préliminaire : dans le problème, la fonction est nécessairement

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$$

car la question 1(b) demande une décomposition de la forme $ax + b + \frac{c}{x+2}$. La barre de fraction semble manquer dans l'énoncé transcrit.

Exercice 1

I. Résolution de l'équation

$$8e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$$

On pose $X = e^x > 0$. Alors :

$$8X^2 - 2X - 15 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(8)(-15) = 4 + 480 = 484 = 22^2$$

$$X = \frac{2 \pm 22}{16}$$

Donc :

$$X_1 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}, \quad X_2 = \frac{-20}{16} = -\frac{5}{4}$$

Comme $X = e^x > 0$, on garde $X = \frac{3}{2}$. Donc :

$$e^x = \frac{3}{2} \iff x = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$S = \left\{ \ln\left(\frac{3}{2}\right) \right\}$$

II. Problème d'âges

La mère a 37 ans. Les enfants ont respectivement 8, 10 et 13 ans.

1. (a) Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges des enfants ?

Soit n le nombre d'années cherché. Dans n années :

- la mère aura $37 + n$ ans ;
- les enfants auront $8 + n$, $10 + n$, $13 + n$ ans.

La somme des âges des enfants sera :

$$(8 + n) + (10 + n) + (13 + n) = 31 + 3n$$

On veut :

$$37 + n = 31 + 3n$$

$$37 - 31 = 3n - n$$

$$6 = 2n$$

$$n = 3$$

Donc dans 3 ans.

1. (b) Âges respectifs alors

Mère :

$$37 + 3 = 40$$

Enfants :

$$8 + 3 = 11, \quad 10 + 3 = 13, \quad 13 + 3 = 16$$

Mère : 40 ans ; enfants : 11, 13, 16 ans
--

2. Partage proportionnel aux âges actuels

Les âges actuels sont 8, 10, 13. La somme des parts est :

$$8 + 10 + 13 = 31$$

La somme à partager est 7750 F. La valeur d'une unité de part est :

$$\frac{7750}{31} = 250$$

Donc :

$$8 \times 250 = 2000$$

$$10 \times 250 = 2500$$

$$13 \times 250 = 3250$$

2000 F, 2500 F, 3250 F

Exercice 2

Sur 25 personnes :

- 11 possèdent un téléphone fixe ;
- 15 possèdent un téléphone portable ;
- 5 possèdent les deux.

Notons :

$$F = 11, \quad P = 15, \quad F \cap P = 5$$

1. (a) Nombre de personnes possédant uniquement un téléphone fixe

$$F \setminus P = F - (F \cap P) = 11 - 5 = 6$$

6

1. (b) Nombre de personnes ne possédant ni fixe ni portable

Personnes possédant au moins un téléphone :

$$F \cup P = F + P - F \cap P = 11 + 15 - 5 = 21$$

Donc celles qui n'ont ni l'un ni l'autre :

$$25 - 21 = 4$$

4

2. Probabilités

On choisit simultanément deux personnes parmi 25. Le nombre total de choix est :

$$\binom{25}{2} = \frac{25 \times 24}{2} = 300$$

Événement A : « Chacune des personnes choisies possède un téléphone portable »

Il y a 15 personnes possédant un portable. On choisit 2 parmi elles :

$$\binom{15}{2} = \frac{15 \times 14}{2} = 105$$

Donc :

$$P(A) = \frac{105}{300} = \frac{7}{20}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{7}{20}}$$

Événement B : « Chacune des personnes choisies possède uniquement un téléphone portable »

Personnes possédant uniquement un portable :

$$P \setminus F = 15 - 5 = 10$$

On choisit 2 parmi ces 10 :

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

Donc :

$$P(B) = \frac{45}{300} = \frac{3}{20}$$

$$\boxed{P(B) = \frac{3}{20}}$$

Problème

On considère :

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$$

1. (a) Ensemble de définition

La fonction n'est pas définie lorsque le dénominateur s'annule :

$$x + 2 = 0 \iff x = -2$$

Donc :

$$\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}}$$

1. (b) Décomposition de $f(x)$

On effectue la division euclidienne :

$$x^2 + 4x + 5 = (x + 2)(x + 2) + 1$$

En effet :

$$(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4x + 4$$

Donc :

$$x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1$$

Ainsi :

$$f(x) = \frac{(x + 2)^2 + 1}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$$

Donc :

$$\boxed{a = 1, \quad b = 2, \quad c = 1}$$

1. (c) Limites aux bornes du domaine

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = -\infty$$

En $x = -2$:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$$

1. (d) Asymptotes

La droite verticale :

$$x = -2$$

est asymptote verticale.

De plus :

$$f(x) - (x + 2) = \frac{1}{x + 2} \rightarrow 0$$

lorsque $x \rightarrow \pm\infty$. Donc la droite :

$$y = x + 2$$

est asymptote oblique.

$$\boxed{\text{Asymptote verticale : } x = -2}$$

$$\boxed{\text{Asymptote oblique : } y = x + 2}$$

2. Variations de f

$$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$$

Donc :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)^2 - 1}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$$

Le dénominateur est toujours positif. Le signe de $f'(x)$ est donc celui de $(x+1)(x+3)$.

- $x < -3$: $f'(x) > 0$, donc f est croissante.
- $-3 < x < -2$: $f'(x) < 0$, donc f est décroissante.
- $-2 < x < -1$: $f'(x) < 0$, donc f est décroissante.
- $x > -1$: $f'(x) > 0$, donc f est croissante.

Valeurs remarquables :

$$f(-3) = \frac{9 - 12 + 5}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$f(-1) = \frac{1 - 4 + 5}{1} = 2$$

Tableau de variations :

x	$-\infty$	-3		-2		-1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$	$\parallel$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

3. (a) Intersection avec l'axe des ordonnées

L'axe des ordonnées a pour équation $x = 0$. Donc :

$$f(0) = \frac{0 + 0 + 5}{0 + 2} = \frac{5}{2}$$

$$\boxed{A\left(0; \frac{5}{2}\right)}$$

3. (b) Tangente en A

$$f'(0) = 1 - \frac{1}{(0+2)^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

L'équation de la tangente est :

$$y = f(0) + f'(0)(x - 0)$$
$$y = \frac{5}{2} + \frac{3}{4}x$$

Donc :

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$$

ou sous forme cartésienne :

$$4y = 3x + 10$$

$$3x - 4y + 10 = 0$$

3. (c) Tracé

Pour tracer C_f et (T) :

- Asymptote verticale : $x = -2$.
- Asymptote oblique : $y = x + 2$.
- Point $A\left(0; \frac{5}{2}\right)$.
- Maximum local en $(-3; -2)$.
- Minimum local en $(-1; 2)$.
- La courbe est au-dessus de l'asymptote oblique lorsque $x > -2$, et au-dessous lorsque $x < -2$.

La tangente (T) passe par A et a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$.

4. Primitive F

On cherche F primitive de f sur $] -2; +\infty[$ telle que :

$$F(-1) = 0$$

Comme :

$$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$$

une primitive est :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2) + K$$

Déterminons K :

$$F(-1) = \frac{(-1)^2}{2} + 2(-1) + \ln(1) + K$$

$$F(-1) = \frac{1}{2} - 2 + 0 + K = -\frac{3}{2} + K$$

On veut $F(-1) = 0$, donc :

$$-\frac{3}{2} + K = 0 \iff K = \frac{3}{2}$$

Ainsi :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2) + \frac{3}{2}$$

ou encore :

$$F(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{2} + \ln(x+2)$$

Exercice 1 (4points). Soit le polynôme défini par $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$, où x est un réel quelconque.

- Calculer $P(3)$. Que traduit ce résultat ? [0,5pt]
- Mettre $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c)$ où b et c sont des réels à déterminer. [0,75pt]
- On pose $b = -3$ et $c = -4$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. [0,75pt]
- En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions des équations suivantes :
 - $\ln^3 x - 6\ln^2 x + 5\ln x + 12 = 0$. [1pt]
 - $e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0$. [1pt]

Exercice 2 (6points).

- Dans une tombola, on a vendu 10000 billets. Chaque billet porte un numéro de quatre chiffres, par exemple 0000 ; 1238. Sachant que tous les billets ont la même chance d'être tirés dans cette tombola, quelle est :
 - la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres différents ? [1,5pt]
 - la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques ? [1,5pt]
- Le tableau ci-suit donne la répartition d'un groupe d'enfants par leur taille, en cm :

Tailles en cm	[80, 90[	[90, 95[	[95, 100[	[100, 105[	[105, 110[	[110, 120[
Effectifs	3	15	22	18	12	5

- Reproduire le tableau en regroupant la série en quatre classes de même amplitude égale à 10. [0,5pt]
- Construire alors l'histogramme des effectifs de la série. [1pt]
- En déduire la polygone des effectifs. [1pt]
- Calculer la moyenne de cette série. [0,5pt]

Problème (10 points).

f est la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . On prendra $1cm$ comme unité sur les axes.

- Recopier et compléter le tableau suivant : [1,25pt]

x	0,5	1	2	4	8
$f(x)$					

- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1))$. Que traduit ce résultat ? [1pt]
- Déterminer une équation de l'asymptote verticale à (C_f) . [0,5pt]
- Etudier les variations de f (dérivée, sens de variations et tableau de variations). [2pt]
- Préciser la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite d'équation $y = -x + 1$. [0,5pt]
 - Construire soigneusement la courbe (C_f) dans le repère (O, I, J) . [1,5pt]
 - Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}_+^*$ l'inéquation $f(x) + x - 1 < 0$. [0,5pt]
- Déduire sur le même repère la courbe C_g de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$. [1pt]
- Déterminer les réels α , β et γ tels que $f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}$. [0,75pt]
 - En déduire la primitive de F sur $\mathbb{R}_+^*$ qui s'annule en $x_0 = 2$. [1pt]

Correction proposée

Remarque importante : dans le problème, le texte du PDF a visiblement perdu une fraction. D'après les questions suivantes, la fonction est

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x} = x - 1 + \frac{4}{x}, \quad x > 0.$$

Exercice 1

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 5x + 12$$

1.

$$P(3) = 3^3 - 6(3^2) + 5(3) + 12 = 27 - 54 + 15 + 12 = 0.$$

Donc 3 est une racine de P . Cela signifie que $P(x)$ est divisible par $x - 3$.

2.

On cherche

$$P(x) = (x - 3)(x^2 + bx + c).$$

En développant :

$$(x - 3)(x^2 + bx + c) = x^3 + (b - 3)x^2 + (c - 3b)x - 3c.$$

Par identification :

$$b - 3 = -6 \Rightarrow b = -3,$$

$$c - 3b = 5 \Rightarrow c + 9 = 5 \Rightarrow c = -4.$$

Donc

$$P(x) = (x - 3)(x^2 - 3x - 4).$$

3.

On résout

$$P(x) = 0 \iff (x - 3)(x^2 - 3x - 4) = 0.$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

a pour discriminant

$$\Delta = 9 + 16 = 25.$$

Donc

$$x = \frac{3 \pm 5}{2},$$

soit

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -1.$$

Ainsi

$$S_{\mathbb{R}} = \{-1; 3; 4\}.$$

4.

(a)

$$\ln^3 x - 6 \ln^2 x + 5 \ln x + 12 = 0.$$

On pose $X = \ln x$. Alors

$$X^3 - 6X^2 + 5X + 12 = 0.$$

D'après la question 3, $X \in \{-1; 3; 4\}$. Donc

$$\ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1},$$

$$\ln x = 3 \Rightarrow x = e^3,$$

$$\ln x = 4 \Rightarrow x = e^4.$$

$$S = \{e^{-1}; e^3; e^4\}.$$

(b)

$$e^{3x} - 6e^{2x} + 5e^x + 12 = 0.$$

On pose $X = e^x > 0$. Alors

$$X^3 - 6X^2 + 5X + 12 = 0.$$

Les racines sont $-1, 3, 4$. Comme $X > 0$, on garde $X = 3$ et $X = 4$.

$$e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3,$$

$$e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4.$$

$$S = \{\ln 3; \ln 4\}.$$

Exercice 2

1.

Il y a 10000 billets numérotés de 0000 à 9999.

(a) Numéro formé de quatre chiffres différents

Le premier chiffre peut être 0. On choisit :

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040.$$

Donc

$$P = \frac{5040}{10000} = \frac{63}{125} = 0,504.$$

(b) Numéro formé de quatre chiffres identiques

Les numéros possibles sont :

$$0000, 1111, \dots, 9999,$$

soit 10 numéros.

$$P = \frac{10}{10000} = \frac{1}{1000} = 0,001.$$

2.

Tableau initial :

Tailles en cm	Effectifs
[80; 90[	3
[90; 95[	15
[95; 100[	22
[100; 105[	18
[105; 110[	12
[110; 120[	5

Total : 75.

(a) Regroupement en quatre classes de même amplitude 10

Tailles en cm	Effectifs
[80; 90[	3
[90; 100[	$15 + 22 = 37$
[100; 110[	$18 + 12 = 30$
[110; 120[	5

(b) Histogramme

Comme les classes ont la même amplitude, les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs :

3; 37; 30; 5.

(c) Polygone des effectifs

On relie les points correspondant aux centres des classes :

$(85; 3)$, $(95; 37)$, $(105; 30)$, $(115; 5)$.

(d) Moyenne

On utilise les centres des classes :

85; 95; 105; 115.

$$\bar{x} = \frac{85 \times 3 + 95 \times 37 + 105 \times 30 + 115 \times 5}{75}.$$

$$\bar{x} = \frac{255 + 3515 + 3150 + 575}{75} = \frac{7495}{75} \approx 99,93.$$

Donc

$$\boxed{\bar{x} \approx 99,93 \text{ cm}}.$$

Problème

On considère

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x} = x - 1 + \frac{4}{x}, \quad x > 0.$$

1. Tableau

x	0,5	1	2	4	8
$f(x)$	7,5	4	3	4	7,5

2.

$$f(x) - (x - 1) = \frac{x^2 - x + 4}{x} - (x - 1) = \frac{4}{x}.$$

Donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0.$$

Cela signifie que la droite

$$y = x - 1$$

est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Donc la droite $x = 0$, c'est-à-dire l'axe des ordonnées, est une asymptote verticale à (C_f) .

4. Variations

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x}.$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}.$$

Sur $]0; +\infty[$, $x^2 > 0$. Le signe de $f'(x)$ est celui de $x^2 - 4$.

$$f'(x) < 0 \iff x < 2,$$

$$f'(x) > 0 \iff x > 2.$$

Donc f est décroissante sur $]0; 2[$ et croissante sur $]2; +\infty[$.

$$f(2) = 3.$$

Tableau de variations :

x	0 ⁺	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 3 $\nearrow$	$+\infty$

5.

(a) Position de (C_f) par rapport à la droite $y = -x + 1$

On calcule :

$$f(x) - (-x + 1) = f(x) + x - 1.$$
$$f(x) + x - 1 = \frac{x^2 - x + 4}{x} + x - 1 = \frac{2x^2 - 2x + 4}{x} = \frac{2(x^2 - x + 2)}{x}.$$

Or

$$x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0.$$

Comme $x > 0$, on a

$$f(x) + x - 1 > 0.$$

Donc (C_f) est toujours au-dessus de la droite $y = -x + 1$.

(b) Construction de (C_f)

On place les points du tableau :

$$(0, 5; 7, 5), (1; 4), (2; 3), (4; 4), (8; 7, 5).$$

On trace l'asymptote verticale $x = 0$ et l'asymptote oblique $y = x - 1$. La courbe admet un minimum au point $(2; 3)$.

(c) Résolution graphique de $f(x) + x - 1 < 0$

Or on a montré que

$$f(x) + x - 1 = \frac{2(x^2 - x + 2)}{x} > 0$$

pour tout $x > 0$. Donc l'inéquation n'a pas de solution.

$$S = \emptyset.$$

6. Courbe de $g(x) = |f(x)|$

Comme $f(x) > 0$ sur $]0; +\infty[$, on a

$$|f(x)| = f(x).$$

Donc

$$(C_g) = (C_f).$$

7.

(a)

On cherche

$$f(x) = \alpha x + \beta - \frac{\gamma}{x}.$$

Or

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x}.$$

Par identification :

$$\alpha = 1, \quad \beta = -1, \quad -\gamma = 4.$$

Donc

$$\gamma = -4.$$

Ainsi

$$\boxed{\alpha = 1, \quad \beta = -1, \quad \gamma = -4}.$$

(b) Primitive F qui s'annule en $x_0 = 2$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \left(x - 1 + \frac{4}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - x + 4 \ln x + C.$$

On veut $F(2) = 0$:

$$F(2) = \frac{4}{2} - 2 + 4 \ln 2 + C = 2 - 2 + 4 \ln 2 + C = 4 \ln 2 + C.$$

Donc

$$C = -4 \ln 2.$$

Ainsi

$$\boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 4 \ln x - 4 \ln 2}$$

ou encore

$$\boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 4 \ln \left(\frac{x}{2} \right)}.$$

Fin de la correction.

Cette épreuve est constituée de 2 exercices et d'un problème que chaque candidat traitera obligatoirement.

EXERCICE 1 (5 points)

On s'est intéressé à l'évolution du nombre de visiteurs d'un site touristique sur 8 années. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Rang de l'année (X)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de visiteurs (Y)	540	560	700	800	875	1120	1370	1500

- Représenter graphiquement le nuage de points de la série statistique (X, Y) ainsi définie (1 cm pour une année en abscisses et 1 cm pour 200 visiteurs en ordonnées). [1,5pt]
 - Déterminer les coordonnées du point moyen G et représenter ce point. [0,75pt]
- On désigne par S_1 et S_2 les sous séries de la série (X, Y) suivantes :

S_1 :	Rang de l'année (X)	1	2	3	4
	Nombre de visiteurs (Y)	540	560	700	800
S_2 :	Rang de l'année (X)	5	6	7	8
	Nombre de visiteurs (Y)	875	1120	1370	1500

- Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des sous séries S_1 et S_2 respectivement. [1pt]
- Déterminer une équation cartésienne de la droite de Mayer $(G_1 G_2)$. [1,25pt]
- Estimer alors à l'unité près par excès le nombre de visiteurs de l'année de rang 10. [0,5pt]

EXERCICE 2 (5 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. 4 de ces boules sont rouges et le reste est noire.

- On suppose qu'on tire simultanément 2 boules de cette urne. Calculer :
 - La probabilité p_1 d'avoir une boule de chaque couleur. [1pt]
 - La probabilité p_2 d'avoir exactement 2 boules rouges. [1pt]
 - La probabilité p_3 d'avoir moins de deux boules rouges. [1pt]
- On suppose maintenant qu'on tire une boule de l'urne qu'on ne remet pas, puis on tire une seconde. Calculer :
 - La probabilité p_4 d'avoir 1 boule de chaque couleur. [1pt]
 - La probabilité p_5 d'avoir une boule rouge au premier tirage. [1pt]

PROBLEME (10 points)

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par $f(0) = 2$ et $f(x) = x \ln x + 2$ si $x \neq 0$. On désigne par (C_f) , sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. [1pt]
 - Etudier la continuité de f à droite de 0. [1pt]
- Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = 1 + \ln x$. [1pt]
 - En déduire que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) > 0 \iff x \in \left] \frac{1}{e}; +\infty \right[$. [1pt]
- Dresser le tableau de variation de f sur son ensemble de définition. [1pt]

4. (a) Calculer la limite $\frac{f(x) - f(0)}{x}$ en 0^+ . [1pt]
- (b) Tracer la courbe (C_f) de f en tenant compte du fait que (C_f) admet une branche parabolique en $+\infty$ de direction l'axe des ordonnées. (unité de longueur sur les axes : 1,5 cm). [2pts]
5. Soit F la fonction définie dans $]0; +\infty[$ par $F(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2 \ln x}{2} + 2x$.
- (a) Calculer $F'(x)$. [1pt]
- (b) Déterminer la primitive de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1. [1pt]

Correction de l'épreuve de mathématiques

EXERCICE 1 (Statistiques)

1. (a) Nuage de points

On place les points :

(1; 540), (2; 560), (3; 700), (4; 800), (5; 875), (6; 1120), (7; 1370), (8; 1500).

Échelle : 1 cm pour 1 année en abscisse, 1 cm pour 200 visiteurs en ordonnée.

1. (b) Point moyen G

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + \dots + 8}{8} = \frac{36}{8} = 4,5$$
$$\bar{y} = \frac{540 + 560 + 700 + 800 + 875 + 1120 + 1370 + 1500}{8} = \frac{7465}{8} = 933,125$$

Donc

$$\boxed{G(4,5 ; 933,125)}$$

2. (a) Points moyens G_1 et G_2

Sous-série S_1

$$\bar{x}_1 = \frac{1 + 2 + 3 + 4}{4} = 2,5$$
$$\bar{y}_1 = \frac{540 + 560 + 700 + 800}{4} = \frac{2600}{4} = 650$$

$$\boxed{G_1(2,5 ; 650)}$$

Sous-série S_2

$$\bar{x}_2 = \frac{5 + 6 + 7 + 8}{4} = 6,5$$
$$\bar{y}_2 = \frac{875 + 1120 + 1370 + 1500}{4} = \frac{4865}{4} = 1216,25$$

$$\boxed{G_2(6,5 ; 1216,25)}$$

2. (b) Droite de Mayer (G_1G_2)

Coefficient directeur :

$$a = \frac{1216,25 - 650}{6,5 - 2,5} = \frac{566,25}{4} = 141,5625 = \frac{2265}{16}$$

Équation :

$$y - 650 = \frac{2265}{16}(x - 2,5)$$
$$y = \frac{2265}{16}x + \frac{9475}{32}$$

Équation cartésienne :

$$4530x - 32y + 9475 = 0$$

2. (c) Estimation pour l'année de rang 10

On remplace $x = 10$:

$$y = \frac{2265}{16} \times 10 + \frac{9475}{32} = \frac{54775}{32} = 1711,71875$$

À l'unité près par excès :

$$1712 \text{ visiteurs}$$

EXERCICE 2 (Probabilités)

Urne : 10 boules, dont 4 rouges et 6 noires.

1. Tirage simultané de 2 boules

Nombre total de tirages :

$$\binom{10}{2} = 45$$

(a) Une boule de chaque couleur

$$p_1 = \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{4 \times 6}{45} = \frac{24}{45} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

(b) Exactement 2 boules rouges

$$p_2 = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45} = \boxed{\frac{2}{15}}$$

(c) Moins de deux boules rouges

$$p_3 = 1 - p_2 = 1 - \frac{2}{15} = \boxed{\frac{13}{15}}$$

2. Tirage successif sans remise

(a) Une boule de chaque couleur

$$p_4 = P(RN) + P(NR) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{48}{90} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

(b) Boule rouge au premier tirage

$$p_5 = \frac{4}{10} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

PROBLÈME

Soit f définie par :

$$f(0) = 2, \quad f(x) = x \ln x + 2 \quad \text{pour } x > 0.$$

L'ensemble de définition est donc :

$$D_f = [0; +\infty[.$$

1. (a) Limites aux bornes

En $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \ln x + 2) = +\infty$$

En 0^+ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$$

donc

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2}$$

1. (b) Continuité à droite en 0

On a :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 = f(0)$$

Donc f est continue à droite en 0.

2. (a) Dérivée

Pour $x > 0$:

$$f'(x) = \ln x + 1$$

$$\boxed{f'(x) = 1 + \ln x}$$

2. (b) Signe de la dérivée

$$\begin{aligned} f'(x) > 0 &\iff 1 + \ln x > 0 \\ &\iff \ln x > -1 \\ &\iff x > e^{-1} = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{f'(x) > 0 \iff x \in \left] \frac{1}{e}; +\infty \right[}$$

Si l'on veut le signe positif ou nul :

$$f'(x) \geq 0 \iff x \in \left[\frac{1}{e}; +\infty \right[$$

3. Tableau de variation

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \ln \frac{1}{e} + 2 = -\frac{1}{e} + 2 = 2 - \frac{1}{e}$$

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	2	$\searrow$ $2 - \frac{1}{e}$	$\nearrow$ $+\infty$

4. (a) Limite du taux d'accroissement en 0^+

$$\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{x \ln x + 2 - 2}{x} = \ln x$$

Donc :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$-\infty$

Cela montre que f n'est pas dérivable en 0, mais admet une demi-tangente verticale à droite.

4. (b) Tracé de (C_f)

Quelques points utiles :

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \\ f\left(\frac{1}{e}\right) &= 2 - \frac{1}{e} \approx 1,63 \\ f(1) &= 2 \\ f(e) &= e + 2 \approx 4,72 \end{aligned}$$

La courbe :

- part du point $(0; 2)$,
- descend jusqu'au minimum $\left(\frac{1}{e}; 2 - \frac{1}{e}\right)$,
- remonte ensuite vers $+\infty$.

En $+\infty$, on a :

$$\frac{f(x)}{x} = \ln x + \frac{2}{x} \rightarrow +\infty$$

donc (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

5. (a) Dérivée de F

On donne :

$$F(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2 \ln x}{2} + 2x$$

Alors :

$$F'(x) = -\frac{x}{2} + \left(x \ln x + \frac{x}{2}\right) + 2$$

$$F'(x) = x \ln x + 2 = f(x)$$

$$\boxed{F'(x) = f(x)}$$

5. (b) Primitive de f qui s'annule en 1

Les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont :

$$F(x) + C$$

On veut qu'elle s'annule en 1 :

$$F(1) + C = 0$$

Or :

$$F(1) = -\frac{1}{4} + 0 + 2 = \frac{7}{4}$$

Donc :

$$C = -\frac{7}{4}$$

La primitive cherchée est :

$$\boxed{G(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2 \ln x}{2} + 2x - \frac{7}{4}}$$

Récapitulatif des résultats principaux

$$\boxed{G(4,5; 933,125)}$$

$$\boxed{G_1(2,5; 650), \quad G_2(6,5; 1216,25)}$$

$$\boxed{4530x - 32y + 9475 = 0}$$

$$\boxed{1712 \text{ visiteurs}}$$

$$\boxed{p_1 = \frac{8}{15}, \quad p_2 = \frac{2}{15}, \quad p_3 = \frac{13}{15}}$$

$$\boxed{p_4 = \frac{8}{15}, \quad p_5 = \frac{2}{5}}$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2}$$

$$\boxed{f'(x) = 1 + \ln x}$$

$$\boxed{G(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2 \ln x}{2} + 2x - \frac{7}{4}}$$

Exercice 1

4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(x - 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$. [1,5pt]
2. Montrer que : $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = (x - 2)(2x^2 + 5x - 3)$. [1pt]
3. Dédire des questions précédentes la résolution de l'équation $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 13(\ln x) + 6 = 0$. [1,5pt]

Exercice 2

6 points

La production de la société Elemva a été relevée pendant 10 ans. Les années sont notées $x + i$ et la production exprimée en tonnes est notée y_i . On a obtenu le tableau ci-dessous.

Années (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Productions (y_i)	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

1. Représenter le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthonormé. [1,5pt]
2. Déterminer le point moyen G du nuage de cette série. [1pt]
3. Un expert veut faire des prévisions pour la production des années à venir de la société. Il propose l'ajustement de Mayer pour cette série.
 - a. Montrer qu'une équation cartésienne de la droite d'ajustement de cette série par la méthode de Mayer est : $y = 1,072x + 1,904$. [2,5pts]
 - b. Utiliser cette équation pour estimer la production de la société pendant la douzième année. [1pt]

Problème

10 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$. On note (C) sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1.
 - a. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. [0,5pt]
 - b. Quelle interprétation graphique peut-on en déduire pour la courbe (C) ? [0,5pt]
 - c. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. [0,5pt]
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que $f'(x) = \frac{2x + 1}{x(x + 1)}$. [1pt]
3.
 - a. Étudier, pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, le signe de $f'(x)$. [0,5pt]
 - b. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. [1pt]
4. Recopier et compléter le tableau suivant : (les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près).

x	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

5. Tracer la courbe (C) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. [1,5pt]
6. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. (On vérifiera que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x) = \ln[x(x + 1)]$ et on donnera la valeur exacte de la solution). [1,5pt]
7. Montrer que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x + (x + 1) \ln(x + 1) - 2x$ est une primitive de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. [1,5pt]

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Baccalauréat 2016 – Série A-ABI

Exercice 1 (4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$(x - 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$$

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

$$\text{— } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{— } 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

Discriminant :

$$\Delta = 5^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$x_2 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Donc :

$$S = \left\{ -3; \frac{1}{2}; 2 \right\}$$

2. Montrer que :

$$2x^3 + x^2 - 13x + 6 = (x - 2)(2x^2 + 5x - 3)$$

Développons le membre de droite :

$$\begin{aligned} & (x - 2)(2x^2 + 5x - 3) \\ &= x(2x^2 + 5x - 3) - 2(2x^2 + 5x - 3) \\ &= 2x^3 + 5x^2 - 3x - 4x^2 - 10x + 6 \\ &= 2x^3 + x^2 - 13x + 6 \end{aligned}$$

Donc l'égalité est vraie.

3. Résoudre :

$$2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 13(\ln x) + 6 = 0$$

Posons $X = \ln x$. L'équation devient :

$$2X^3 + X^2 - 13X + 6 = 0$$

D'après la question 2 :

$$2X^3 + X^2 - 13X + 6 = (X - 2)(2X^2 + 5X - 3)$$

Donc :

$$X = 2 \quad \text{ou} \quad X = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad X = -3$$

Or $X = \ln x$, donc :

$$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = e^{1/2} = \sqrt{e}$$

$$\ln x = -3 \Rightarrow x = e^{-3}$$

Comme $x > 0$, l'ensemble solution est :

$$S = \{e^{-3}; \sqrt{e}; e^2\}$$

Exercice 2 (6 points)

1. Nuage de points

Les points à placer dans un repère orthonormé sont :

$$(1; 3), (2; 4), (3; 5, 1), (4; 6), (5; 7, 5),$$

$$(6; 8), (7; 9, 4), (8; 10, 5), (9; 11, 5), (10; 13)$$

2. Point moyen G

Calculons la moyenne des x_i :

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 10}{10} = \frac{55}{10} = 5,5$$

Calculons la moyenne des y_i :

$$\bar{y} = \frac{3 + 4 + 5,1 + 6 + 7,5 + 8 + 9,4 + 10,5 + 11,5 + 13}{10}$$

$$\bar{y} = \frac{78}{10} = 7,8$$

Donc :

$$G(5,5; 7,8)$$

3.a. Ajustement de Mayer

On partage la série en deux groupes de 5 points.

Premier groupe : années 1 à 5

$$x_1 = 1, 2, 3, 4, 5$$

Moyenne des x :

$$\bar{x}_1 = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = 3$$

Moyenne des y :

$$\bar{y}_1 = \frac{3 + 4 + 5,1 + 6 + 7,5}{5} = \frac{25,6}{5} = 5,12$$

Donc $M_1(3; 5,12)$.

Deuxième groupe : années 6 à 10

$$x_2 = 6, 7, 8, 9, 10$$

Moyenne des x :

$$\bar{x}_2 = \frac{6 + 7 + 8 + 9 + 10}{5} = 8$$

Moyenne des y :

$$\bar{y}_2 = \frac{8 + 9,4 + 10,5 + 11,5 + 13}{5} = \frac{52,4}{5} = 10,48$$

Donc $M_2(8; 10,48)$.

La droite de Mayer passe par M_1 et M_2 . Son coefficient directeur est :

$$a = \frac{10,48 - 5,12}{8 - 3} = \frac{5,36}{5} = 1,072$$

Son ordonnée à l'origine :

$$b = 5,12 - 1,072 \times 3$$

$$b = 5,12 - 3,216 = 1,904$$

Donc l'équation de la droite est :

$$\boxed{y = 1,072x + 1,904}$$

3.b. Prévision pour la douzième année

Pour $x = 12$:

$$y = 1,072 \times 12 + 1,904$$

$$y = 12,864 + 1,904 = 14,768$$

La production prévue pour la douzième année est donc environ :

$$\boxed{14,77 \text{ tonnes}}$$

Problème (10 points)

Soit :

$$f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$$

définie sur $]0; +\infty[$.

1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x+1) &= \ln 1 = 0\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty}$$

1.b. Interprétation graphique

La courbe (C) admet une asymptote verticale d'équation :

$$\boxed{x = 0}$$

c'est-à-dire l'axe des ordonnées.

1.c. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+1) &= +\infty\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$$

2. Montrer que :

$$f'(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

On a :

$$f(x) = \ln x + \ln(x+1)$$

Donc :

$$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{x+1+x}{x(x+1)}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}}$$

3.a. Signe de $f'(x)$

Pour tout $x > 0$:

$$\text{— } 2x+1 > 0$$

$$\text{— } x > 0$$

$$\text{— } x+1 > 0$$

Donc :

$$\boxed{f'(x) > 0}$$

pour tout $x \in]0; +\infty[$.

3.b. Tableau de variations

x	0^+	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

La fonction f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

4. Tableau de valeurs

Valeurs arrondies à 10^{-1} près :

x	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$	-2,2	-0,3	0,7	1,8	3,0

5. Tracé de la courbe (C)

On place les points :

$$(0,1;-2,2), (0,5;-0,3), (1;0,7), (2;1,8), (4;3,0)$$

La courbe :

- admet l'axe des ordonnées comme asymptote verticale ;
- est strictement croissante ;
- passe par le point $(1; \ln 2) \approx (1; 0,7)$;
- coupe l'axe des abscisses en $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$.

6. Résoudre dans $]0; +\infty[$:

$$f(x) = 0$$

On sait que :

$$f(x) = \ln x + \ln(x+1) = \ln[x(x+1)]$$

Donc :

$$\ln[x(x+1)] = 0$$

$$x(x+1) = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

Discriminant :

$$\Delta = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Comme $x > 0$, on garde :

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

7. Montrer que :

$$F(x) = x \ln x + (x + 1) \ln(x + 1) - 2x$$

est une primitive de f .

Dérivons F :

$$F'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} + \ln(x + 1) + (x + 1) \cdot \frac{1}{x + 1} - 2$$

$$F'(x) = \ln x + 1 + \ln(x + 1) + 1 - 2$$

$$F'(x) = \ln x + \ln(x + 1)$$

$$F'(x) = f(x)$$

Donc F est bien une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

$F'(x) = f(x)$

Fin de la correction