

Partie A : Évaluation des ressources / 13 points

Exercice 1 : 4,5 points

- I. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1; -1; 0)$, $B(0; -1; 1)$ et $C(2; 1; 1)$, la plan (P) d'équation $2x - y + 2z - 3 = 0$.
- 1) Démontrer que les points A, B et C déterminent un plan dont on donnera une équation cartésienne. **0,75pt**
 - 2) Donner l'expression analytique de la réflexion de plan (P) . **0,75pt**
- II. On considère l'espace vectoriel E de dimension 3, de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et φ l'endomorphisme de E tel que $\varphi(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{k}$, $\varphi(\vec{j}) = \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\varphi(\vec{k}) = -\vec{i} + 2\vec{k}$. On pose $\vec{e}_1 = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{k}$ et $\vec{e}_3 = \vec{j} + 2\vec{k}$.
- 1) Donner la matrice de φ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. **0,5pt**
 - 2) Démontrer que le noyau de φ est une droite vectorielle de base à déterminer. **0,5pt**
 - 3) En déduire que l'image de φ est un plan vectoriel de base à déterminer. **0,75pt**
 - 4) Démontrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de l'espace vectoriel E . **0,5pt**
 - 5) Donner la matrice de φ dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. **0,75pt**

Exercice 2 : 4,5 points

- I. Une étude sur la météo d'une ville particulière a établi que dans cette ville chaque jour, il pleut ou il fait beau temps. La probabilité qu'il pleuve le premier jour est $\frac{1}{3}$. S'il fait beau temps un jour, la probabilité qu'il fasse beau temps le lendemain est $\frac{3}{5}$; s'il pleut un jour, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est $\frac{2}{5}$.
- 1) Quelle est la probabilité qu'il fasse beau temps le deuxième jour ? **0,5pt**
 - 2) Quelle est la probabilité qu'il pleuve le troisième jour ? **0,5pt**
 - 3) On désigne par P_n la probabilité pour qu'il fasse beau temps le $n^{\text{ème}}$ jour.
 - a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $P_{n+1} = \frac{4}{15}P_n + \frac{1}{3}$. **0,5pt**
 - b) Montrer que la suite de terme général $Q_n = P_n - \frac{5}{11}$ est une suite géométrique. **0,5pt**
 - c) Exprimer alors P_n en fonction de n . **0,5pt**
- II. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère la transformation plane S dont l'expression analytique est $\begin{cases} x' = x\sqrt{2} + y\sqrt{6} \\ y' = -x\sqrt{6} + y\sqrt{2} \end{cases}$ et l'ensemble (H) des points $M(x, y)$ tels que $64x^2 - 36y^2 = 576$.
- 1) Donner l'écriture complexe de la transformation plane S . **0,5pt**
 - 2) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation plane S . **0,75pt**
 - 3) Prouver que (H) est une hyperbole et donner son excentricité. **0,75pt**

Exercice 3 : 4 points

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x + (x - 1)e^{1-x}$ et $g(x) = 2 - x + e^{x-1}$. On note (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1) Etudier le sens des variations de g et en déduire que pour tout réel x , $g(x) > 0$. 1pt
- 2) Calculer les limites de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$. 0,5pt
- 3) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = g(x)e^{1-x}$, puis dresser le tableau des variations la fonction f . 0,75pt
- 4) Etudier les branches infinies de (C). 0,75pt
- 5) Déterminer les réels a et b pour que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (ax + b)e^{1-x}$ soit une primitive sur \mathbb{R} de la fonction h définie par $h(x) = (x - 1)e^{1-x}$. 0,5pt
- 6) Calculer l'aire en unité d'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$. 0,5pt

Partie B : Évaluation des compétences / 7 points

BALO est le promoteur d'une petite et moyenne entreprise (PME) de fabrication de savons. Lors d'une cérémonie organisée par le Gouvernement, cette PME a été primée pour la qualité de ses produits. Cette PME située dans la région du Nord, voudrait faire la promotion de ses produits dans les trois autres aires culturelles et ceci en langues nationales. Elle a donc recruté autant de commerciaux hommes que de commerciaux femmes. Tous les commerciaux recrutés parlent au moins l'une des 3 langues : Ewondo, Douala et Mendjoumba. Quinze commerciaux recrutés parlent l'Ewondo, vingt parlent le Mendjoumba, dix le Douala, huit parlent l'Ewondo et le Mendjoumba, neuf le Douala et le Mendjoumba et sept parlent le Douala et l'Ewondo.

Lors de la fabrication des savons, de nombreux accidents de travail se produisent conduisant à des blessures. LOBA, le médecin de cette PME veut utiliser les résultats d'une étude fiable sur une hormone secrétée lors de la survenue d'une hémorragie. Cette hormone favorise la réabsorption de l'eau par l'organisme après une hémorragie. Cette étude a modélisé le taux de cette hormone en $\mu\text{g/ml}$ dans le sang en fonction du temps t en minutes par la fonction φ définie par $\varphi(t) = 5te^{\frac{3}{5}t} + 1$. LOBA voudrait connaître le taux maximal de cette hormone contenu dans l'organisme humain.

Pour réduire les coûts d'acquisition de la matière première, BALO a acheté un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle pour la culture de cette matière première. Les études faites sur ce terrain ont établi que la production minimale de cette matière première est de 7,5 tonnes à l'hectare et les dimensions de ce terrain sont toutes des nombres entiers naturels. Le côté le plus long de ce terrain mesure y hm et les deux autres côtés mesurent respectivement x hm et 6 hm.

Tâches :

- 1) Déterminer le nombre de commerciaux femmes recrutés dans cette PME. 2,25pts
 - 2) Déterminer le taux maximal de cette hormone contenue dans l'organisme humain. 2,25pts
 - 3) Évaluer la production minimale de cette matière première sur le terrain acheté. 2,25pts
- Présentation : 0,25pt

