ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2025-2026	N°06	MATHEMATIQUES	Tle C	4 h	07
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 3,25 points

L'espace E est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(-1\,;\,2\,;\,1)$ $B(1\,;-6\,;\,-1)$, $C(2;2;2)$ et $K(0;1;\,-1)$ et g la réflexion de plan (ABC)

1-a) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis en déduire l'équation cartésienne du plan (ABC) 0,5pt

b) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de K sur le plan (ABC) 0,25pt

2- Soit (S) la sphère de centre K et de rayon 3.

Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'intersection de (S) avec le plan (ABC) 0,5pt

3-Dans V espace vectoriel de E, on considère les vecteurs $\vec{e_1} = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{e_2} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$. Soit f l'endomorphisme de V définie par $f(\vec{i}) = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$; $f(\vec{j}) = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $f(\vec{k}) = \vec{j}$

a) Montrer que f est un automorphisme de V. 0,25pt

b) En déduire Imf et Ker$f$ 0,5pt

4- a) Montrer que $(\vec{e_1};\ \vec{e_2};\ \vec{j})$ est une base de V 0,25pt

b) Ecrire la matrice de f dans la base $(\vec{e_1};\ \vec{e_2};\ \vec{j})$ 0,5pt

5- Déterminer l'expression analytique de g 0,5pt

Exercice 2: 3,5points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$, On considère l'ensemble (H) des points M de coordonnées $(x;y)$vérifiant la relation $-23x^2 + 3y^2 + 26\sqrt{3}xy = 36$. Soit f l'application qui au point $M(x;y)$ associe le point $M'(x';y')$ tels que $\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y \end{cases}$

1.a) Donner l'écriture complexe de f 0,25pt

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f 0,75pt

2.a)Déterminer une équation cartésienne de (H') image de (H) par f 0,5pt

b) Donner la nature de (H') puis préciser ses sommets, les foyers, les directrices et l'excentricité. 1pt

3. Construis (H') puis déduis-en la nature et une construction de (H) 1pt

Exercice 3 : 4,75 points

Soit f la fonction définie de $]-1;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - \ln(1+x)$

1-a) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f 1pt

b) Etudier les branches infinies de la courbe (C) de f 0,5pt

c) Construire la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ 0,5pt

2-Soit Δ_ε, l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que $\begin{cases} -1+\varepsilon \le x \le 0 \\ 0 \le y \le f(x) \end{cases}$, où $\varepsilon \in]0;1[$

a) Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'aire de Δ_ε 0,75pt

b) Cette aire a-t-elle une limite lorsque ε tend vers 0 ? 0,25pt

3-a) Montrer que, pour $x > 0$, et pour $t \in [0;x]$, on a $0 \le f'(t) \le \frac{x}{1+x}$ 0,25pt

b) En déduire que , pour tout $x \ge 0$, on a :$0 \le x - \ln(1+x) \le \frac{x^2}{1+x} \le x^2$ 0,5pt

4- Soit n un entier naturel non nul et (u_n) la suite définie par : $u_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{x-\ln(1+x)}{x^2\sqrt{x}}$

a) Montrer que la suite (u_n) est croissante 0,25pt

b) En utilisant la question 3-b), montrer que la suite (u_n) est majorée par 2 et conclure sur la monotonie de la suite (u_n) 0,75pt

http://sujetexa.com

Exercice 4 : **3,5 points**

On dispose de deux urnes et d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'urne U_1 contient cinq boules rouges et boule une noire. L'urne U_2 contient trois boules rouges et trois boules noires. Toutes ces boules sont indiscernables au toucher. Une partie se déroule de la façon suivante : Un joueur lance le dé ; si le résultat est 1, il tire au hasard une boule dans l'urne U_2, sinon il tire au hasard une boule dans l'urne U_1. On considère les évènements suivants : A :≪ Obtenir 1 en lançant le dé ≫ ; N :≪ Obtenir une boule noire ≫

1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule noire 0,5pt
2. Sachant que l'on a tiré une boule noire, Calculer la probabilité d'avoir obtenu 1 en lançant le dé. 0,5pt
3. On convient qu'une partie est gagnée lorsque la boule noire est obtenue. Une personne joue 3 parties indépendantes en remettant après chaque partie la boule noire dans l'urne d'où elle provient.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

a) Déterminer la loi de probabilité de X 1pt

b) Calculer l'espérance mathématiques et la variance de X. 0,5pt

c) Déterminer la fonction de répartition de X. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points

Situation :

À peine sorti de l'EGEM (École de géologie et d'exploitation minière) en tant que Ingénieur en recherche minière, M. Bouba a décidé de se prendre en charge grâce à une grosse récompense donnée par une ONG de la place. Il a loué, dans la région de l'Est, un site de gisement de matière première rare. Il doit rapidement régler des problèmes financiers y afférant : la location du site, la gestion du personnel, et le désenclavement des différents gisements. La géographie du site est donnée ci-contre. Dans un repère orthonormée $(o; \vec{u}, \vec{v})$ dont l'unité est 200m, le site est délimité par la courbe d'une fonction f, les axes du repère et la droite d'équation $x = 4$. Cette fonction est une solution particulière de l'équation différentielle $4y'' - 4y' + y = 0$ dont la courbe intégrale passe par le point A$(0; 4)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Pour une distance de 10Km, il voudrait livrer une commande d'une matière première à un client situé au carrefour V, partant du Carrefour A où est situé son entrepôt. Le tableau ci-contre indique les distances en km qui séparent ces carrefours.

	A	B	C	E	F	G	I	J	H
B						40		50	
C		65				55			
E			30						95
F						45	15		60
G									
I								25	20
J	25								
H	45								
V		95	40	20					

Monsieur Bouba souhaite également se lancer dans l'élevage des poussins, il contacte un ingénieur agronome pour avoir des conseils. Ce dernier lui dit : « dans une population de poussins, on a la chance de trouver 12% des individus qui sont malades. Parmi les poussins malades, 35% pourront survivre. Parmi les poussins en bonne santé, 5% pourront ne pas survivre. On pourra vendre les poulets ayant survécu à 3 500 francs l'un.

Tâche :

1) Combien doit prévoir Monsieur Bouba pour la location du site ? 1,5pt

2) Quel est le coût minimal en carburant lorsque Monsieur Bouba va livrer la commande et retourner dans son entrepôt ? 1,5pt

3) Déterminer les revenus M. Bouba s'il commence avec 12000 individus. 1,5pt

0,5pt