

COLLEGE PRIVE MONGO BETI		B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé			
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2025-2026	N°06	MATHEMATIQUES	Tle D	4 h	04
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 4 points

1) Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (5 + 7i)z^2 - (4 - 25i)z - 12i + 30$ où z est un nombre complexe.

- a) Vérifier que 3 est une solution de (E). 0,25pt
 b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
 c) En déduire dans \mathbb{C} la solution l'équation : $P(z) = 0$. 0,75pt

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, $C\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$ et S la similitude directe de centre A qui transforme B en C.

- a) Déterminer le rapport et l'angle de S. 0,5pt
 b) En déduire l'écriture complexe de S. 0,5pt
 c) Soit D l'image de C par S, Montrer $Z_D = 7 + 6i$ 0,5pt
 d) Quelle est la nature du triangle ACD. 0,5pt
 3. Déterminer l'image par S du cercle de centre C et de rayon 3cm. 0,5pt

Exercice 2 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , (unité graphique : 2 cm). (C_f) est la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x + 1)(e^{-2x} + 1)$

1. soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$. Dresser le tableau de variation de g et en déduire le signe de g(x) pour tout réel x. 0,75pt

2. a) Montrer que pour tout réel x $f'(x) = e^{-2x}g(x)$. 0,25pt
 b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation. 0,75pt

3. a) Déterminer la limite en $-\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique du résultat. 0,5pt
 b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe (C) 0,25pt

- c) Etudier la position relative de (C) et (D). 0,5pt
 4. a) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} vers un intervalle J que l'on précisera. 0,25pt
 b)-Construire (C_f) , $(C_{f^{-1}})$ et (D). 0,75pt

5. On pose pour tout réel $\alpha \geq -1$, $I_\alpha = \int_{-1}^{\alpha} (x + 1)e^{-2x} dx$.

A l'aide d'une intégration par partie, Déterminer I_α en fonction de α . 0,5pt

6. Soit D_α le domaine du plan délimité par la courbe (C), les droites (D) et celles d'équations $x = -1$ et $x = \alpha$

- a) En déduire de la question 6. L'aire en cm^2 notée A_α du domaine D_α . 0,25pt
 b) Déterminer la limite A_α quand α tend vers $+\infty$. 0,25pt

Exercice 3 : 3 points

Soit l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = xe^x$

1. Déterminer les réels a et b pour que la f définie par $f(x) = (ax + b)e^x$ soit une solution de (E). 1pt

2. Montrer qu'une fonction h au moins une fois dérivable est solution de (E) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de l'équation différentielle $(E_0) : y' - 2y = 0$. 0,5pt

- 3.a) Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E_0) 0,5pt
 b) En déduire l'ensemble solution de l'équation différentielle (E) 0,5pt
 c) Déterminer la solution de (E) qui s'annule en 0. 0,5pt

Exercice 4 : 3,5 points

Une urne contient 8 boules blanches et 4 boules noires toutes indiscernables au toucher.

1. On tire simultanément 4 boules de cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir

a) Deux boules blanches et deux boules noires ? 0,5pt

b) Des boules de couleurs différentes ? 0,5pt

b) Au moins une boule blanche ?

0,5pt

3. Un jeu consiste à tirer successivement 3 boules de cette urne en remettant la boule tirée après chaque tirage. On gagne 100F par boule blanche tirée et on perd 75F par noire tirée. Soit X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu à l'issue de trois tirages..

a) Déterminer la loi de probabilité de X

1pt

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X

0,25pt

c) Ce jeu est-il équitable ?

0,25pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 04,5 POINTS

Situation

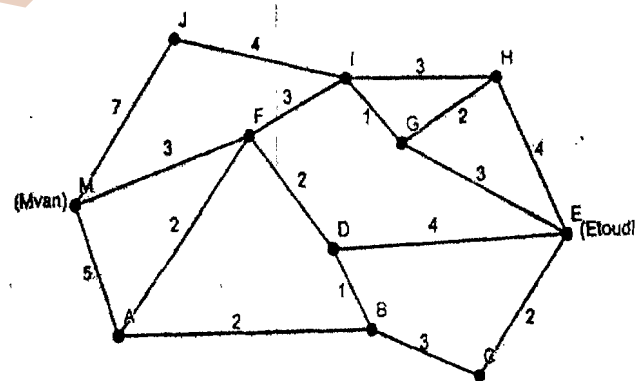
Monsieur ESSOH est un homme d'affaire camerounais vivant dans la ville de Douala. Il est le fondateur d'une entreprise de fabrication de téléphones dans la ville de Yaoundé plus précisément au quartier Étoudi. Cette entreprise fabrique une marque de téléphone nommée SMARTESS vendu à 200000 FCFA en moyenne sur le marché. Le coût moyen de production journalier exprimé en million de francs CFA est donné par la fonction $h(x) = \ln\left(\frac{x+1}{3}\right)$ où x représente le nombre de téléphones fabriqués par jour $x \in [0; 55]$. Monsieur ESSOH aimerait savoir le montant des frais de publicité en million de FCFA et celui du chiffre d'affaire en million de FCFA enregistrés au cours des 4 premiers mois dans son entreprise. Son comptable n'ayant plus des données se rappelle avoir dressé le tableau suivant

Frais de publicités x_i	x_1	x_2	x_3	x_4
Chiffre d'affaire y_i	y_1	y_2	y_3	y_4

Les x_i suivent dans cet ordre une progression arithmétique de raison $\frac{2}{3}$ et les y_i suivent une progression géométrique de raison 2. Il se rappelle également que les droites de régression de y en x et de x en y ont respectivement pour équation $138x - 25y - 540 = 0$; $6x - y = 24$. Il doit se rendre à Yaoundé pour une réunion qui se tiendra à la direction générale de son entreprise

Il arrive à l'entrée de ville de Yaoundé

au lieu-dit MVAN il s'arrête dans une station. son véhicule consomme 0,4 litre d'essence par kilomètre et le litre est vendu à 940 FCFA. Les différents itinéraires qu'il peut emprunter pour se rendre à la réunion sont ceux d'un réseau routier dégradé, représenté à l'aide du graphe ci-contre, pour lequel les sommets sont des carrefours et les nombres, les distances en Km entre ces carrefours.



Tâches

1) Déterminer le montant minimum que doit déboursier M. ESSOH pour l'achat de l'essence qui lui permettra de se rendre à la réunion depuis MVAN.

1,5pt

2) Déterminer le bénéfice moyen journalier s'il l'entreprise commercialise tous les téléphones fabriqués par jour.

1,5pt

3) Déterminer les modalités x_i et y_i de chaque caractère

1,5pt

Présentation :

0,5pt