| COLLÈGE François-Xavier VOGT<br>B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28<br>e-mail : collegevogt@yahoo.fr | | Année scolaire 2025-2026 |
|---|---|---|
| Département de Mathématiques | PROBATOIRE BLANC N°1 | MAI 2026 |

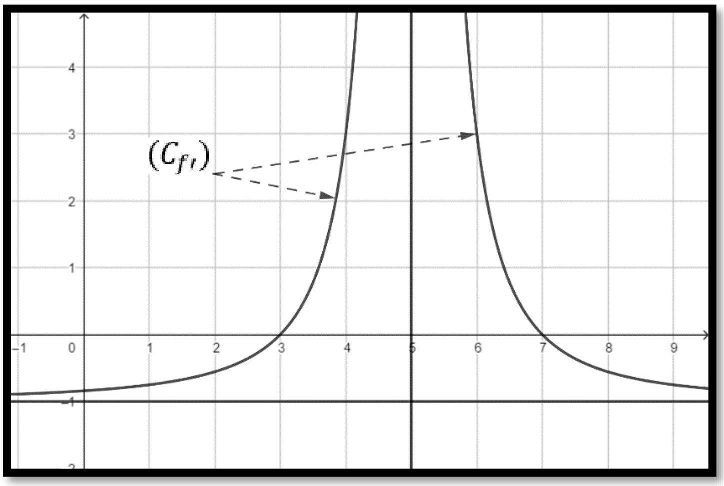


**ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**Niveau : 1ère C&CE** **Durée : 3 Heures** **coefficient : 6**

## PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,00 points)

### EXERCICE 1 : (04,50 points)




**I/** La courbe $(C_{f'})$ ci-contre est celle de la fonction dérivée $f'$ d'une fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}-\{5\}$.

**1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x)=0$. **0,5pt**

**2)** Déterminer $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} f'(x)$. **0,25pt**

**3)** Déterminer le sens de variation de $f$. **0,5pt**

**4)** On admet que $f(x)=\frac{ax^2-6x+b}{c-x}$ où $a, b$ et $c$ sont des nombres réels. Démontrer clairement que $a=1; b=9$ et $c=5$. **0,75pt**

**5)** Dresser le tableau de variation de $f$. **0,75pt**

**II/** Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher numérotées : $-3; -2; -1; 0; 1$ et $2$. On tire successivement au hasard et sans remise deux boules de cette urne et on note $(\alpha;\beta)$ le couple de numéros obtenus. Soit $g$ la fonction définie par $g(x)=\frac{\alpha x+\beta}{x+2}$. $E$ désigne un espace vectoriel de base $B=(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et $h_n$ une famille d'endomorphismes de $E$ telle que $\begin{cases} h_n(\vec{\imath})=-(n+1)\vec{\imath}+n\vec{\jmath} \\ h_n(\vec{\jmath})=(n+1)\vec{\imath}-\vec{\jmath} \end{cases}$.

**1)** Combien de fonctions $g$ peut-on former ? **0,25pt**

**2)** De combien de manières peut-on effectuer le tirage dans chacun des cas suivants :

- **a)** La fonction $g$ est strictement décroissante. **0,5pt**
- **b)** Les endomorphismes $h_\alpha$ et $h_\beta$ sont des automorphismes. **0,5pt**

**3)** On considère l'endomorphisme $\varphi$ défini par $\varphi=h_{-2}$. Déterminer $Ker\varphi$ et $Im\varphi$. **0,5pt**

### EXERCICE 2 : (04,25 points)

Dans un espace affine euclidien rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$, on considère les points $A(0;\ 1;2), B(1;2;4), C(2;1;1), D(4;\ -3;\ 5)$ et le vecteur $\vec{n}(1;-5;2)$.

**1)** Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et en déduire la nature du triangle ABC. **0,5pt**

**2)** **a)** Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan $(ABC)$. **0,5pt**

**b)** En déduire qu'une équation du plan $(ABC)$ est : $x-5y+2z+1=0$. **0,25pt**

**3)** **a)** Calculer la distance du point $D$ au plan $(ABC)$. **0,25pt**

**b)** En déduire que $ABCD$ est un tétraèdre puis calculer son volume. **0,75pt**

**4)** Soit $m\in\mathbb{R}$. On considère l'ensemble $(S_m)$ des points $M(x;y;z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2+2(m-1)x-2my+2(m+1)z+3m^2-7=0$. Soit $(P)$ le plan d'équation cartésienne $x+2y+z+3\sqrt{6}=0$.

- **a)** Montrer que $(S_m)$ est la sphère de centre $\Omega_m(1-m;m;\ -1-m)$ et de rayon $R=3$. **0,5pt**
- **b)** Déterminer le lieu géométrique des points $\Omega_m$ lorsque $m$ décrit $\mathbb{R}$. **0,5pt**
- **c)** Montrer que le plan $(P)$ est tangent à toutes les sphères $(S_m)$. **0,5pt**
- **d)** Déterminer les coordonnées du point $H$, point d'intersection de $(S_m)$ et $(P)$. **0,5pt**

### EXERCICE 3 : (03,25 points)

**I/** ABCD est un carré de sens direct et de centre E. Soit $x$ un réel tel que $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$. On considère le système de points pondérés suivant : $\left\{\left(A;\frac{1+sin^2x}{2}\right),(B;-sin^2x),\left(C;\frac{1+sin^2x}{2}\right)\right\}$.

**1)** Montrer que pour tout réel $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, ce système admet un barycentre. **0,25pt**

**2)** Ce barycentre est noté $G_x$. Montrer que $\overrightarrow{EG_x}=-sin^2x\overrightarrow{EB}$. **0,5pt**

**3)** En déduire le lieu géométrique des points $G_x$ lorsque $x$ décrit l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$. **0,25pt**

**4)** On pose $G_{\frac{\pi}{4}} = G = bar\{(A;\ 3), (B;\ -2), (C;\ 3)\}$. $h$ désigne une transformation du plan qui à tout point $M$ associe le point $M'$ tel que $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$. On note $t_{\overrightarrow{AB}}$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

**a)** Montrer que $G$ est invariant par $h$. **0,25pt**

**b)** Démontrer que $\overrightarrow{GM'} = -3\overrightarrow{GM}$ puis donner la nature exacte de la transformation $h$. **0,75pt**

**c)** En admettant que $t_{\overrightarrow{AB}} oh$ est une homothétie, donner son rapport et caractériser son centre $H$. **0,5pt**

**II/** Choisis la bonne réponse : **0,75pt**

l'ensemble solution dans $]-\pi;\ \pi[$ de l'inéquation $(2\sin x + 1)(\sin x + 1) \leq 0$ est :

a) $\left[-\frac{2\pi}{3};\ -\frac{\pi}{3}\right]$ b) $\left[-\frac{5\pi}{6};\ -\frac{\pi}{6}\right]$ c) $\left[\frac{2\pi}{3};\ \pi\right[$ d) aucune réponse juste.

**<u>EXERCICE 4</u> : (03,00 points)**

Les notes obtenues par un groupe de 60 élèves du CM2 sur un problème de mathématiques sont regroupées dans le tableau statistique suivant :

| Notes | $[0; 10[$ | $[10; 20[$ | $[20; 30[$ | $[30; 40[$ | $[40; 50[$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | | 7 | | | 10 |
| Effectifs cumulés décroissants | 60 | 54 | | 17 | |

**1)** Compléter le tableau ci-dessus. **0,75pt**

**2)** Déterminer la médiane de cette série statistique. **0,75pt**

**3)** La maîtresse choisit les 5 élèves ayant eu une note inférieure à 7 pour une séance de travail après les cours. A leur arrivée en salle de travail à 15h35, les 5 élèves se sont échangé des poignées de mains en présence de la maîtresse

**a)** Dessiner un graphe représentant la situation où les sommets représentent les personnes présentes en salle et une arête reliant deux sommets signifie que les deux personnes ont simultanément échangé une poignée de main. **1pt**

**b)** Ce graphe est-il complet ? justifier votre réponse. **0,5pt**

## <u>PARTIE B</u> : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05,00 points)

**<u>Situation :</u>**

Takam possède trois terrains dont deux à Douala et un à Kribi. Il aimerait construire des appartements meublés sur ces terrains.

Les lots 1 et 2, situés à Douala sont de formes carrées et leur superficie totale est de 400 m$^2$. Pour clôturer ces deux lots, il utilise trois rangées de fils barbelés d'une longueur totale de 336 mètres. Avant de lancer les travaux de construction, les deux terrains doivent subir des travaux de nivellement compte tenu du relief accidenté des deux sites. Le manœuvre chargé du nivellement du lot 1 a demandé 2 000 FCFA par mètre carré et celui chargé du nivellement du lot 2 a demandé 1 500 FCFA par mètre carré car le lot 1 est plus grand que le lot 2.

Sur le lot 3 situé à Kribi, il aimerait d'abord construire une clôture en dur et en suite procéder à la construction des appartements. La première phase des travaux consiste à creuser la fondation de la clôture. Le technicien en charge des travaux a promis de creuser la fondation sur une longueur de 20,5m le premier jour, et pour le jour suivant, d'ajouter 1m de longueur sur la longueur atteinte la veille et ainsi de suite jusqu'à faire le contour du périmètre de 600 m qui servira à la clôture. Un problème d'adduction d'eau s'étant posé, Takam veut faire creuser un puits entre son terrain (lot 3) situé en un point $A$ et une extrémité $B$ de sa clôture. Les bords du puits sont le lieu géométrique des points $M$ du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 58$ avec $AB = 10$ mètres. L'ingénieur qu'il a consulté pour creuser le puits affirme après étude du sol que la nappe phréatique est située à 16 mètres de la surface du sol et demande 3 000 FCFA pour un mètre cube de terre creusé.

**Prendre $\pi = 3,14$**

**<u>Tâches :</u>**

**1)** Quel montant Takam doit-il prévoir pour les travaux de nivellement de l'ensemble des deux terrains situés à Douala ? **1,5pt**

**2)** Combien de jours faudra-t-il au technicien pour creuser la fondation de la clôture du lot 3 ? **1,5pt**

**3)** Quelle somme d'argent monsieur Takam doit-il prévoir pour creuser son puits ? **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**