PROBATOIRE BLANC PROVINCIAL				
Epreuve	**SERIE**	**Durée**	**Coefficient**	**Session**
Mathématiques	**C**	**3h**	**6**	**Avril 2026**

Partie A : Evaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 4 points

I- Le plan vectoriel E est rapporté à la base $\mathcal{B} = (\vec{i};\vec{j})$. Soit φ un endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe le vecteur $\vec{u'} = \varphi(\vec{u}) = [(cosa)x + (cos^2a)y]\vec{i} + [(cos^2a)x + (cosa)y]\vec{j}$ avec $\vec{u'} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ et a un nombre réel.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $cos^2a - cos^4a = 0$ **(0,75pt)**
2. Écrire la matrice A de φ dans la base $\mathcal{B} = (\vec{i};\vec{j})$ et déterminer les valeurs de a pour lesquelles φ n'est pas un automorphisme. **(0,5pt)**
3. Déterminer $Ker\varphi$ et $Im\varphi$ pour $a = \frac{\pi}{3}$ **(0,5pt)**

II- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Les points A, B et C ont pour coordonnées $A(3;-2;\ 2), B(6;\ 1;\ 5), C(6;-2;-1)$.

1. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en A **(0,25pt)**
2. Soit (P) le plan d'équation cartésienne : $x + y + z - 3 = 0$ et (P') le plan orthogonal à la droite (AC) et passant par le point A
   - **a.** Justifier que (P) est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A. **(0,5pt)**
   - **b.** Déterminer une équation cartésienne de (P') **(0,5pt)**
   - **c.** Justifier que les plan (P) et (P') sont orthogonaux **(0,25pt)**
3. Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ de l'espace tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 4z - 11 = 0$
   Déterminer la nature et les éléments caractéristique de (Γ) **(0,75pt)**

Exercice 2 : 3 points

A et B sont deux points du plan tels que AB = 4 cm. C et D son deux points qui n'appartiennent pas à la droite (AB) tels que $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$. (C) est le cercle de centre O de diamètre [AB].

1. Soit h l'homothétie qui transforme A en C et B en D.
   a) Déterminer les éléments caractéristiques de h. **(0,5pt)**
   b) Quelle est l'image de (C) par h ? **(0,25pt)**
2. On considère les rotations r(A, $\frac{-2\pi}{3}$) et r'(B, $\frac{-2\pi}{3}$)
   a) Déterminer et construire la droite la droite (Δ) telle que r = $S_{(AB)} \circ S_{(\Delta)}$. **(0,75pt)**
   b) Déterminer et construire la droite la droite (Δ') telle que r' = $S_{(\Delta')} \circ S_{(AB)}$. **(0,75pt)**
   c) Déterminer la nature et les éléments caractéristique de l'application $f = r' \circ r$. **(0,75pt)**

Exercice 3 : 3,75 points

I. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}.)$

On considère les droites (D_1), (D_2) et (D_3) de représentations paramétriques :

$$(D_1) : \begin{cases} x = 2 - 3r \\ y = 1 + r \\ z = -3 + 2r \end{cases} (r \in \mathbb{R}),\ (D_2) : \begin{cases} x = 7 + 2s \\ y = 2 + 2s \\ z = -6 - s \end{cases} (s \in \mathbb{R}) \text{ et } (D_2) : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -62 - t \\ z = 1 + 8t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

1. Montrer que les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes en un point H et préciser ses coordonnées. **(0,5pt)**
2. Trouver une équation cartésienne du plan (P) contenant les droites (D_1) et (D_2). **(0,5pt)**
3. Montrer que la droite (D_3) est orthogonale au plan (P) et trouver les coordonnées du point K de leur intersection. **(0,75pt)**

II. Soit E un plan vectoriel sur $\mathbb{R}$ rapporté à une base B = $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit f l'endomorphisme de E définie pour tout $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ par $f(\vec{u}) = (-7x - 12y)\vec{\imath} + (4x + 7y)\vec{\jmath}$

1. Déterminer $f(\vec{\imath})$ et $f(\vec{\jmath})$ puis écrire la matrice de f dans la base B. **(0,25pt)**

2. Soit $E_1 = \{\vec{u} \in E \text{ } tel \text{ } que \text{ } f(\vec{u}) = \vec{u}\}$ et $E_2 = \{\vec{u} \in tel \text{ } que \text{ } f(\vec{u}) = -\vec{u}\}$

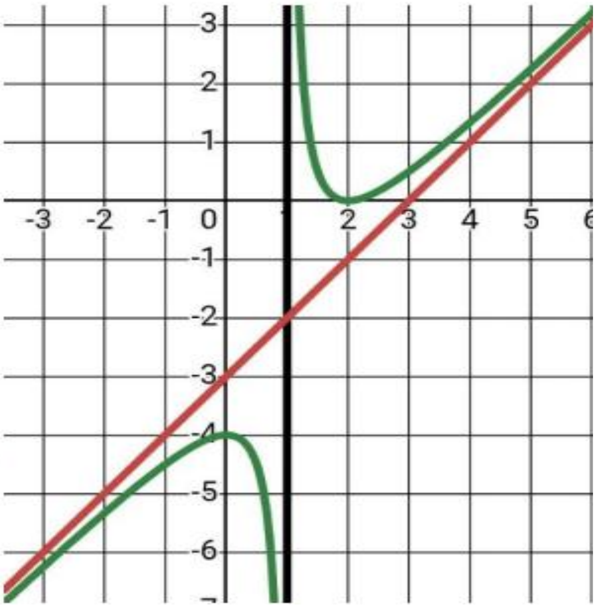
a) Montrer que E_1 et E_2 sont des droites vectorielles. **(0,5pt)**

b) Montrer que les vecteurs $\vec{e_1} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ et $\vec{e_2} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ appartiennent respectivement à E_1 et E_2. **(0,5pt)**

c) Montrer que $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est une base puis déterminer la matrice de f dans cette base. **(0,75pt)**

Exercice 4 : 4,25 points

La courbe (C_f) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.



1. Donner le domaine de définition de f. **(0,25pt)**

2. Déterminer les limites de f en 1^- et 1^+. **(0,5pt)**

3. A l'aide du graphe résoudre les équations et inéquations: $f'(x) = 0$, $f'(x) \geq 0$ et $f(x) \geq 0$. **(0,75pt)**

4. Dresser le tableau de variation de f. **(0,75pt)**

5. Identifier chacune des asymptotes à (C_f) à l'aide d'une équation cartésienne. **(0,5pt)**

6. On admet que $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$ où a, b et c sont des réels. Déterminer a, b et c. **(0,75pt)**

7. Reproduire (C_f) et déduire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = f(|x|)$. **(0,75pt)**

Partie B : Evaluation des compétences (5 points)

La **FECAFOOT** aimerait organiser un match amical entre l'équipe national du Cameroun et l'équipe du Maroc au stade **Olembé**. Afin de faire une meilleur vente des billets chez les spectateurs, le chargé de la communication de la **FECAFOOT** fait un message publicitaire dans une radio de Yaoundé. Le jour de publicité est facturé à $2000F.CFA$. on désigne par x le nombre de jours de publicité. Pour $x \in [0\,;13]$, la recette de vente des billets prévue est donnée par la fonction $r(x) = 20x^3 - 600x^2 + 7\,760x + 700\,000$.

Après un jour de publicité La **FECAFOOT** a vendu un total de 600 billets , le prix moyen du billet est de $4500F.CFA$. Cependant La **FECAFOOT** ne se souvient plus du nombre exact de billets vendus dans certaines plages de prix. Elle a consigné ses ventes dans le tableau suivant :

Prix (FCFA)	$[0\,;3000[$	$[3000\,;5000[$	$[5000\,;6000[$	$[6000\,;8000[$	$[8000\,;10000[$
Nombre de billet	130	x	150	100	y

Pour mieux préparer ce match **Marc Brys** le coach des lions décide d'augmenter le nombre de séance d'entrainement par semaine. La première semaine, les joueurs ont 3 séances , puis augmente 2 séances de plus que la semaine précédente. Son adjoint estime que 168 séances sont nécessaires pour une meilleur préparation.

Tâches

1. Determiner le nombre de semaine nécessaire pour atteindre 168 séances d'entrainement **(1,5pt)**

2. Trouver le nombre de jour de publicité optimal pour maximiser le bénéfice et calculer la valeur de ce bénéfice maximal **(1,5pt)**

3. Déterminer le nombre de billets vendus qui coûte entre $3000F.CFA$ et $5000F.CFA$; puis le nombre de billets vendus qui coûte entre $8000F.CFA$ et $10000F.CFA$ **(1,5pt)**

Présentation : **(0,5pt)**