REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

EXAMEN : PROBATOIRE BLANC
Série : C Session : Mai 2026
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 6
Prof : T. N AWONO MESSI

Edéa, le 15 Mai 2026

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère l'ensemble $\mathscr{C}$ des points $M\left(x,y\right)$ du plan tels que $x^2+y^2-2\left(4x+3y\right)=0$; le point $A\left(1;-1\right)$ et la droite $\left(\Delta\right): x-y+3=0$.

1. Donne la nature et les éléments géométriques de $\mathscr{C}$. **0,75pt**
2. Vérifie que $A\in\mathscr{C}$ puis écris une équation de la tangente $\left(T\right)$ à $\mathscr{C}$ au point A. **0,75pt**
3. **(a)** Calcule la distance du point $I\left(4;3\right)$ à la droite $\left(\Delta\right)$. **0,5pt**

   (b) Déduis-en la position relative de $\mathscr{C}$ et $\left(\Delta\right)$. **0,5pt**

   (c) Calcule les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $\left(\Delta\right)$. **1pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ est muni de sa base canonique $\mathscr{B}=\left(\vec{i},\vec{j}\right)$. f est un endomorphisme de $\mathbb{R}^2$.

1. Montre que $E_\lambda=\left\{\vec{u}\in\mathbb{R}^2 / f\left(\vec{u}\right)=\lambda\vec{u}, \lambda\in\mathbb{R}\right\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. **0,75pt**
2. On suppose que l'endomorphisme f est tel que $f\left(\vec{i}\right)=\dfrac{1}{3}\vec{i}+\dfrac{2}{3}\vec{j}$ et $3f\left(\vec{j}\right)=4\vec{i}-\vec{j}$.

   (a) Écris la matrice M de f dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**

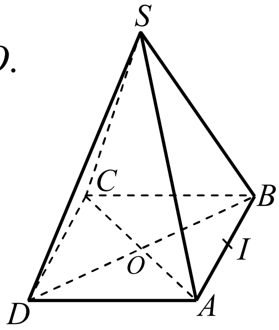
   (b) Écris l'expression analytique de f. **0,5pt**
3. Détermine les ensembles E_1 et E_{-1}. On donnera une base $\overrightarrow{e_1}$ de E_1 et une base $\overrightarrow{e_2}$ de E_{-1}. **1pt**
4. Calcule M^2 et déduis-en la nature de l'endomorphisme f. **0,5pt**
5. Soit les vecteurs $\overrightarrow{u_1}=2\vec{i}+\vec{j}$ et $\overrightarrow{u_2}=-\vec{i}+\vec{j}$.

   (a) Montre que $\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)$ est une base de $\mathbb{R}^2$. **0,25pt**

   (b) Écris la matrice M' de f dans la base $\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3,5 points)

I) $SABCD$ est une pyramide régulière dont la base $ABCD$ est un carré de centre O.



1. Soit I le milieu de l'arête $\left[AB\right]$.

   (a) Montre que la droite $\left(AB\right)$ est perpendiculaire au plan $\left(SOI\right)$. **0,75pt**

   (b) Justifie que $\left(SOI\right)$ est le plan médiateur de $\left[AB\right]$. **0,5pt**
2. Soit $\left(P\right)$ le plan médiateur de $\left[SA\right]$. Montre que $O\in\left(P\right)$. **0,5pt**

II) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le vecteur $\vec{n}\left(2;1;-1\right)$ et le point $A\left(-1;1;0\right)$. Soit $\mathscr{S}$ la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2+4x+4y-2z-8=0$.

1. Détermine le centre Ω et le rayon R de la sphère $\mathscr{S}$. **0,5pt**

2. Détermine l'équation cartésienne du plan (Q) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$. **0,5pt**

3. Montre que le plan (Q) coupe la sphère $\mathscr{S}$ selon un cercle $\mathscr{C}$ à préciser. **0,75pt**

EXERCICE 4 : (4 points)

A) Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2+U_n}$ .On pose $V_n = \dfrac{U_n}{1+U_n}$.

1. Calcule U_1 et U_2 ; Déduis-en que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique. **0,75pt**
2. Montre (V_n) est une suite géométrique ; précise sa raison et son 1er terme. **0,75pt**
3. Exprime V_n puis U_n en fonction de n. **0,5pt**

B) Une urne contient 8 jetons repartis comme suit : 3 jetons blancs numérotés 0 , 1 , -1 et 5 jetons noirs numérotés -1 , -1 , 0 , 1 , 2. On tire tous les jetons un à un jusqu'à ce que l'urne soit vide.

1. Quel est le nombre total de tirages possibles ? **0,5pt**
2. Dénombre les tirages tels que : « le 1er jeton tiré est blanc, le 2ème porte le numéro 2 ». **0,5pt**

C) 1. Quelle est l'expression analytique de l'homothétie h de centre $\Omega(-2;3)$ et de rapport 2 ? **0,5pt**

2. Quel est l'ordre d'un graphe complet dont la somme des degrés des sommets est 156 ? **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

SITUATION :

M. MBASSI un agriculteur, désire acheter un grand terrain dans la ville d'OBALA pour créer un champ de manioc. Le propriétaire terrien ne connaît pas la forme exacte de son terrain. Il fait appel à un géomètre assermenté du cadastre qui lui dit que son terrain est délimité par l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\dfrac{MA}{MB} = 4$ où A et B sont deux bornes de ce terrain distantes de $1,2dam$. Le propriétaire de ce terrain souhaite le vendre à raison de 7500 FCFA le m^2.

Pour régler le problème d'irrigation de son champ, M. MBASSI dispose d'un budget prévisionnel de 500.000 FCFA. Il fait appel à l'entreprise WATER FOR US une société de réalisation de forage, qui lui recommande un forage d'une profondeur de $80m$. Le premier mètre creusé coûtera 20.000 FCFA puis chaque mètre creusé ensuite coûtera 1000 FCFA de plus que le mètre précédent.

Par ailleurs la fonction de reproduction du manioc en fonction de x (en milliers de sacs de manioc vendus) obéit à la fonction B définie sur $[1;5]$ par $B(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$.

Tâches :

1. Combien de sacs de manioc M. MBASSI doit vendre pour réaliser un bénéfice maximal ? **1,5pt**
2. Détermine une estimation de la dépense de M. MBASSI pour l'achat du terrain. **1,5pt**
3. Le budget de M. MBASSI suffira-t-il pour réaliser son projet de forage ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt