Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (4,5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,1,1)$ et $B(3,2,0)$; le plan (P) passant par B dont un vecteur normal est $\overrightarrow{AB}$; le plan (Q) d'équation $x-y+2z+4=0$; la sphère $\mathscr{S}$ de centre A et de rayon AB.

1. Montre qu'une équation cartésienne de (P) est $2x+y-z-8=0$. **0,5pt**
2. Détermine une équation cartésienne de la sphère $\mathscr{S}$. **0,75pt**
3. (**a**) Calcule la distance du point A au plan (Q). Que dire du plan (Q) et de la sphère $\mathscr{S}$? **0,5pt**

   (b) Le plan (P) est-il tangent à la sphère $\mathscr{S}$? **0,5pt**
4. **(a)** Montre que le projeté orthogonal du point A sur le plan (Q) est le point $C(0,2,-1)$. **0,75pt**

   (b) Prouve que les plans (P) et (Q) sont sécants suivant une droite (Δ). **0,5pt**

   (c) Montre qu'une représentation paramétrique de la droite (Δ) est : $\begin{cases} x=t \\ y=12-5t\ ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=4-3t \end{cases}$ **0,5pt**

   (d) Calcule la distance du point A à la droite (Δ). **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

$ABCD$ est un carré de sens direct de centre O et de côté $3cm$. On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure $-\dfrac{\pi}{2}$.

1. Détermine les images des points A, B, C, D et O par la rotation r. **0,75pt**
2. Construis le point E tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct. **0,25pt**
3. On note G le barycentre des points pondérés $(A;2),(B;1),(E;1)$ et I le milieu de $[BE]$.

   (a) Montre que G est le milieu du segment $[AI]$. **0,5pt**

   (b) Détermine et trace l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $MA^2+MI^2=\dfrac{27}{4}$. **1pt**
4. Soit h la transformation du plan qui à tout point M du plan associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{ME}$. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de h. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (3 points)

E est un plan vectoriel réel dont une base $\mathscr{B}=\left(\vec{i},\vec{j}\right)$. Soit g un endomorphisme de E dont la matrice dans la base $\mathscr{B}$ est $A=\begin{pmatrix} m-4 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & m \end{pmatrix}$ où m est un paramètre réel.

1. Détermine les valeurs de m pour que g soit un automorphisme de E. **0,5pt**
2. Dans cette question, on suppose que $m=1$.

   (a) Détermine $g\left(\vec{i}\right)$ et $g\left(\vec{j}\right)$. **0,5pt**

   (b) Montre que $\ker g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{u}=\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}$. **0,5pt**

(c) Montre que $\operatorname{Im} g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{v} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$. **0,5pt**

(d) Montre que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E, puis écris la matrice M de g dans cette base. **1pt**

<u>EXERCICE 4</u> : (4,25 points)

Le tableau ci-dessous est le tableau de variations de la dérivée f' d'une fonction f.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	
f'	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

1. Dresse le tableau de signes de $f'(x)$, puis donne le sens de variation de f. **0,75pt**
2. La fonction f est telle que $f(1) = -1$; $f(3) = 3$ et $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$ (avec $a \neq 0$)
   (a) Démontre que $a = 1$; $b = -3$ et $c = 3$. **1pt**
   (b) Dresse le tableau de variation de f. **0,75pt**
3. Détermine toutes les asymptotes de la courbe (C_f) de f. **0,5pt**
4. Montre que le point $\Omega(2;1)$ est un centre de symétrie de (C_f). **0,5pt**
5. Trace la courbe (C_f) et ses asymptotes dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **0,75pt**

<u>PARTIE B</u> : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

M. MBA a acquis un petit terrain ayant la forme d'un secteur circulaire $\overset{\frown}{OAB}$ pour ouvrir un parc de loisirs. O désigne le centre du cercle trigonométrique de rayon $R = 1dam$. A et B sont les points images sur ce cercle des solutions dans $[0; 2\pi[$ de l'équation $(E) : \cos x + \sin x = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Ce terrain étant situé au centre d'une grande ville, le m^2 est vendu au prix de 40.000 FCFA.

Le responsable de ce parc de loisirs a relevé le temps d'attente (en minutes) de 100 visiteurs à une attraction populaire un après-midi. Les données sont regroupées dans le tableau suivant :

Temps d'attente x_i (en minutes)	$[0;10[$	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$
Effectifs n_i	15	30	35	12	8

Paul cherche du travail pour financer sa formation et obtient un contrat dans ce parc de loisirs. Le contrat dure six mois et est renouvelable une seule fois. Le responsable du parc propose à Paul un salaire mensuel de 35.000 FCFA au 1er mois et une augmentation de 5% du salaire précédent chaque mois. Les frais de financement de sa formation s'élèvent à 450.000 FCFA.

<u>Tâches</u> :

1. À quelle somme d'argent M. MBA a-t-il acquis ce petit terrain ? **1,5pt**
2. Quel est le pourcentage de visiteurs ayant un temps d'attente compris entre M_e et $\overline{x}$? **1,5pt**
3. Paul pourra-t-il financer sa formation à la fin de 12 mois de contrat ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt