



L'épreuve comporte deux parties A et B réparties sur deux pages.

Partie A : Evaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 5 points

On considère le tableau des variations ci-dessous qui est celui d'une fonction numérique f dont la courbe est notée (C_f) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

- I. En exploitant le tableau ci-dessus,
 1. Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f . 0,5 pt
 2. a. Donner les limites de f aux bornes de D_f . 1 pt
 - b. En déduire une équation de l'asymptote verticale 0,5 pt
 3. Donner suivant les intervalles, le sens des variations de la fonction f 1 pt
- II. On admet que $f(x) = x + \frac{1}{x}$ pour tout $x \neq 0$.
 - a. Montrer que la droite $(D) : y = x$ est une asymptote oblique à (C_f) . 0,5 pt
 - b. Tracer dans le repère $(O ; I ; J)$ la courbe (C_f) , la droite d'équation $x = 0$, et la droite d'équation $y = x$. 1 pt
 - c. Montrer que le point $O(0,0)$ est le centre de symétrie de (C_f) . 0,5 pt

Exercice 2 : 5 points

On considère le tableau ci-après qui représente la série statistique des notes de mathématiques de 60 élèves d'une classe de 1^{ère} D.

Notes	$[0, 4[$	$[4, 8[$	$[8, 12[$	$[12, 16[$	$[16, 20[$
Effectifs	8	10	24	9	9

- I.
 1. Donner la classe modale de cette série statistique. 0.5 pt
 2. Recopier le tableau ci-dessus, puis le compléter par la ligne des effectifs cumulés croissants. 1.5 pt
 3. Calculer la moyenne de cette série statistique. 0,75 pt
 4. Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique. 0,75 pt
- II. Parmi les élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 16, on compte 3 filles et 6 garçons. On choisit parmi ces 9 élèves simultanément et au hasard deux élèves pour recevoir un prix offert par l'APE.
 1. Calculer le nombre de choix possibles pour qu'une fille au moins fasse partie des deux élèves choisis. 0,75 pt



2. Calculer le nombre de choix possibles si deux élèves figurent exactement une fille et un garçon parmi les deux élèves choisis. 0,75 pt



Exercice 3 : 5 points

I. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

1. Calculer $P(3)$ et conclure. 0,75 pt
2. Montrer que $P(x) = (x - 3)(x^2 - 3x + 2)$. 1 pt
3. Résoudre l'équation $P(x) = 0$. 1 pt
4. Résoudre l'inéquation $(x - 2)(3 - x)(1 - x) \leq 0$. 1 pt

II. Déterminer les couples (x, y) de nombres réels vérifiant $\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x + y = 14 \end{cases}$. 1,25 pt

Partie B : Evaluation des compétences (5 points)

Situation :

M. Manè place dans une banque de la place la somme de 5 570 000 FCFA le 1^{er} mai 2024. Cette banque pratique un taux d'intérêt annuel composé que M. Manè ignore. Après deux ans, le banquier informe M. Manè que son compte contient la somme de 6 377 093 FCFA. M. Manè retire alors totalement cette somme d'argent.

Avec l'argent retiré de son compte, M. Manè achète un terrain de forme rectangulaire de 500 m² et de périmètre minimal dont les dimensions exactes lui sont inconnues. Ce périmètre est un entier naturel non nul.

Sur une partie de ce terrain, M. Manè souhaite faire de l'élevage de petits ruminants. Pour cela, M. Manè voudrait entourer l'espace réservé à l'élevage d'une barrière de grillage. Les relevés topographiques de cet espace révèlent que cet espace est constitué des points M du plan tels que $EM^2 + FM^2 = 232$ où E et F sont deux points du terrain de M. Manè distants de 20 m. Un mètre de grillage sur le marché est vendu à 1800 FCFA.

Prendre $\pi = 3,14$.

Tâches :

1. Déterminer le taux d'intérêt annuel pratiqué par ladite banque. 1,5 pt
2. Déterminer les dimensions exactes du terrain de M. Manè. 1,5 pt
3. Déterminer la dépense que doit effectuer M. Manè pour clôturer l'espace réservé à l'élevage de petits ruminants. 1,5 pt

Présentation :

0,5 pt



PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES		Barèmes				
Exercice 1						
I-1 Donnons l'ensemble de définition D_f de la fonction f , en exploitant le tableau ci-dessus. $D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$		0,5pt				
✓ a) Donnons les limites de f aux bornes de D_f. - $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$;		1pt				
b) Déduisons-en une équation de l'asymptote verticale Comme $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ alors la droite (D) d'équation : $x = 0$ est une asymptote verticale.		0,5pt				
3. Donnons suivant les intervalles, le sens de variation de la fonction f : • $]-\infty; -1[$ et $]1; +\infty[$; f est strictement croissante; • $]-1; 0[$ et $]0; 1[$ est strictement décroissante; $f(-1) = -2$ et $f(1) = 2$.		1pt				
II-a) Montrons que la droite $(D) y=x$ est une asymptote oblique à C_f avec $f(x) = x + \frac{1}{x}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [x + \frac{1}{x} - x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\frac{1}{x}) = 0$ Donc la droite d'équation $y=x$ est une asymptote oblique à C_f		0,5pt				
b) Tracé de la courbe dans le repère $(O ; I ; J)$; les droites d'équation $y = x$ et $x = 0$		1pt				
c) Montrons que le point $O(0 ; 0)$ est le centre de symétrie de C_f. Il suffit de montrer que : $f(0 - x) + f(0 + x) = 2 \times 0 = 0$ $f(0 - x) + f(0 + x) = 2 \times 0 = 0$; $-x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 0$. Donc. D'où le point $O(0 ; 0)$ est un centre de symétrie à (C_f) .		0,5pt				
Exercice 2:						
I-1) Donnons la classe modale : $[8; 12[$		0,5pt				
2) Recopions le tableau ci-dessus, puis complétons par les lignes des effectifs cumulés croissants.		1,5pt				
Notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$	Total
effectifs	8	10	24	9	9	60
E.C.C.	8	18	42	51	60	
Ci	2	6	10	14	18	
3) Calculons la moyenne de cette série statistique						0,75pt

$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p C_i n_i. \text{ AN: } \bar{x} = \frac{8 \times 2 + 10 \times 16 + 24 \times 10 + 9 \times 14 + 9 \times 18}{60} = \frac{604}{60} = 10,067$																																								
<p>4) Déterminons par interpolation linéaire la médiane de cette série statistique. On a : $\frac{N}{2} = \frac{60}{2}$; $\begin{cases} 8 < 30 < 42 \\ 8 < M_e < 12 \end{cases}$; alors $\frac{30-18}{42-18} = \frac{M_e-8}{12-18} \Rightarrow \frac{12}{24} = \frac{M_e-8}{4} \Rightarrow 4 = 2M_e - 16$ $\Rightarrow 2M_e = 20$; \Rightarrow donc $M_e = 10$</p>	0,75pt																																							
<p>II-1) Calculons le nombre de choix possible pour qu'une fille au moins fasse partie de deux élèves choisies : $N = C_3^1 \times C_6^1 + C_3^2 \times C_6^0 = 18+3=21$ choix possibles.</p>	0,75pt																																							
<p>2) Déterminons le nombre de choix possibles pour qu'il y ait exactement une fille et un garçon $N = C_3^1 \times C_6^1 = 18$ choix possibles</p>	0,75pt																																							
Exercice 3:																																								
<p>I-$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. 1) Calculons -P(3) puis donnons une conclusion. $P(3) = 3^3 - 6(3)^2 + 11(3) - 6 = 27 - 54 + 33 + 6 = 60 - 60 = 0$. Donc 3 est une racine de P.</p>	0,75pt																																							
<p>2) Montrons que : $P(x) = (x-3)(x^2-3x+2)$ 1^{ere} Méthode En développant et en réduisant $(x-3)(x^2-3x+2)$, on a : $(x-3)(x^2-3x+2) = x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 6 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. D'où $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. 2^{em} Méthode En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-3)$</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$</td> <td style="padding: 5px;">$x - 3$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$-x^3 + 3x^2$</td> <td style="padding: 5px;">$x^2 - 3x + 2$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$-3x^2 + 11x$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$3x^2 - 9x$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$2x - 6$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$-2x + 6$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$0 \ 0$</td> <td></td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">3^{em} Méthode ✓ Méthode d'Horner</p> <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">-6</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">11</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">-6</td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding-right: 5px;">x 3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">-9</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">-3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">0</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">D'où $P(x) = (x-3)(x^2-3x+2)$</p> <p>3^{em} Méthode Factorisation $P(x) = x^3 - 3^3 - 6x^2 + 6(3)^2 + 11x - 11(3) = x^3 - 3^3 - 6(x^2 - 9) + 11(x - 3)$ $= (x-3)(x^2 + 3x + 9) - 6(x-3)(x+3) + 11(x-3)$ $= (x-3)[(x^2 + 3x + 9) - 6(x+3) + 11]$ $= (x-3)[x^2 + 3x + 9 - 6x - 18 + 11]$ $= (x-3)[x^2 + 3x - 6x - 18 + 9 + 11]$ $= (x-3)(x^2 - 3x + 2) = P(x)$</p>	$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$	$x - 3$	$-x^3 + 3x^2$	$x^2 - 3x + 2$	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		$-3x^2 + 11x$		<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		$3x^2 - 9x$		<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		$2x - 6$		<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		$-2x + 6$		<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		$0 \ 0$			1	-6	11	-6	x 3		3	-9	6		1	-3	2	0	1pt
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$	$x - 3$																																							
$-x^3 + 3x^2$	$x^2 - 3x + 2$																																							
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																																								
$-3x^2 + 11x$																																								
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																																								
$3x^2 - 9x$																																								
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																																								
$2x - 6$																																								
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																																								
$-2x + 6$																																								
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																																								
$0 \ 0$																																								
	1	-6	11	-6																																				
x 3		3	-9	6																																				
	1	-3	2	0																																				
<p>3) Résolvons l'équation $P(x) = 0$ $P(x) = 0 \Leftrightarrow (x-3) = 0$ ou $(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $(x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2})(x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}) = 0$ $\Leftrightarrow x = 3$ ou $(x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}) = 0$ ou $(x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}) = 0$ $\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = 2$ ou $x = 1$. $S_{IR} = \{1; 2; 3\}$</p>																																								
<p>4) Résolvons l'inéquation : $(x-3)(3-x)(1-x) \leq 0$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1-x</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">x-2</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">3-x</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">(l)</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">$S =]-\infty; 1] \cup [2; 3]$</p>	x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	1-x		+	-	-	-	x-2	-	-	+	+		3-x	+	+	+			(l)	-	+	-	+		1pt									
x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$																																			
1-x		+	-	-	-																																			
x-2	-	-	+	+																																				
3-x	+	+	+																																					
(l)	-	+	-	+																																				

<p>II- Déterminer les couples $(x ; y)$ des nombres réels vérifiant $\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 & (1) \\ x + y = 14 & (2) \end{cases}$</p> <p>$x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 100 \Rightarrow (14)^2 - 2xy = 100 \Rightarrow -2xy = 100 - 196$ $\Rightarrow -2xy = -96 \Rightarrow xy = 48 \quad (3)$</p> <p>(3) et (2) donnent $\begin{cases} xy = 48 \\ x + y = 14 \end{cases}$ on obtient $x^2 - 14x + 48 = 0$</p> <p>$x^2 - 14x + 48 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{14}{2} - \frac{2}{2}\right)\left(x - \frac{14}{2} + \frac{2}{2}\right) = 0 \Rightarrow (x - 6)(x - 8) = 0$ $\Rightarrow x - 6 = 0$ ou $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 6$ ou $x = 8 \quad \mathbf{S_{IR} = \{(6; 8); (8; 6)\}}$</p>	
--	--

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Tache 1 :

<p style="text-align: center; color: red;">Déterminons le taux d'intérêt annuel par la dite banque. (T = x%)</p> <p>$C_0 = 5\,570\,000F$; $C_1 = 6\,337\,093F$ et $C_2 = 6\,337\,093F$; $C_1 = C_0 + \frac{x C_0}{100}$</p> <p>✓ Après un an, on a : $C_1 = C_0 + \frac{x C_0}{100}$; $C_1 = 5\,570\,000 + \frac{5\,570\,000x}{100} = 5\,570\,000 + 5\,570\,0x$</p> <p>✓ Après deux ans, on a : $C_2 = C_1 + \frac{x C_1}{100} = 5\,570\,000 + 5\,570\,0x + \frac{(5\,570\,000 + 5\,570\,0x)x}{100}$</p> <p>$5\,570\,000 + 55\,700x + 557x^2 = 6\,337\,093$ $\mathbf{557x^2 + 111400x - 807\,093 = 0 \Rightarrow x^2 + 200x - 1449 = 0}$ $\Delta = 200^2 - 4(-1449)(1) = 214^2$; $x_1 = -207$ et $x_2 = 7 \quad (T = 7\%)$</p>	1,5pt
---	-------

Tache 2 :

<p>Déterminons les dimensions exactes du terrain de Mme Marie. Aire $500m^2$; et le $P=2(L+L)$, ou L et l désignent respectivement la longueur et la largeur de ce terrain.</p> <p>$P=2(L+l)$, et $A=L \times l$, et (2) donnent $\begin{cases} Ll = 500 \\ L + l = P \end{cases}$ on obtient $P(L) = 2\left(L + \frac{500}{L}\right)$</p> <p>$P(L) = 2L^2 - 1000$. Le périmètre est minimal la fonction polynôme en L admet un minimum, c'est-à-dire que : $P(L) = 0 \Rightarrow 2L^2 - 1000 = 0 \Rightarrow L^2 = 500$; $\Rightarrow L = \pm 10\sqrt{5}$ d'où $L = 10\sqrt{5}$ ou $l = 10\sqrt{5}$</p>	1,5pt
--	-------

Tache 3 :

<p>3) Déterminons la dépense que doit être effectuer M. Marie pour clôturer l'espace réserver à l'élevage des petits ruminants. $EF=20m$ et $EM^2 + FM^2 = 232 \quad (1)$.</p> <p>Soit I le milieu de [EF], en introduisant le point K dans (1), on a :</p> <p>$EM^2 + FM^2 = 232 \Rightarrow (\overline{EK} + \overline{KM})^2 + (\overline{FK} + \overline{KM})^2 = 232$ $\Rightarrow EK^2 + KM^2 + 2\overline{EK} \cdot \overline{KM} + FK^2 + KM^2 + 2\overline{FK} \cdot \overline{KM} = 232$ $\Rightarrow KM^2 + KM^2 + 2\overline{KM} \cdot (\overline{EK} + \overline{FK}) + FK^2 + EK^2 = 232$ Car $\overline{EK} = -\overline{FK}$ $\Rightarrow 2KM^2 = 232 - EK^2 - FK^2 \Rightarrow 2KM^2 = 232 - 10^2 - 10^2 = 32$ $\Rightarrow KM^2 = \frac{32}{2} = 16 \Rightarrow KM = 4$. Donc $KM = 4$</p> <p>L'ensemble des points recherchés est le cercle de centre de I et de rayon 4 ;</p> <p>✓ Perimeter ; $P=2 \times 3,14 \times 4 = 25,12m$ ✓ Soit une dépense : $D=25,12 \times 1800 = 45\,216FCFA$</p>	1,5pt
---	-------