MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES .... COLLÈGE CATHOLIQUE BILINGUE Mgr JEAN BAPTISTE AMIÉ . ... DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES		Examen : Probatoire Blanc Session : Avril 2026 Série : D Épreuve : Mathématiques Durée : 03 heures Coefficient : 4

N.B : **L'épreuve comporte deux parties indépendantes ayant 4 exercices obligatoires.**

La rigueur dans la rédaction et la clarté de la copie du candidat seront prises en compte pendant la correction.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 Points)

Exercice 1 : (03,5 Points)

Le Directeur d'un collège doit établir le temps de retard tolérable des élèves. Il a fait une étude statistique du temps mis par ceux-ci pour partir du domicile, et a dressé le tableau ci-dessous.

Temps mis (en min)	[0 ; 10[	[10 ; 30[	[30 ; 45[	[45 ; 60[	[60 ; 90[
Nombre d'élèves	5	17	20	10	8

a) Construire l'histogramme de cette série statistique. Échelle des densités : $0,5\ cm \longrightarrow 0,1.$ **0,75 Pt**

b) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. **0,75 Pt**

c) Déterminer la médiane de cette série statistique par interpolation linéaire. **0,5 Pt**

d) Déterminer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type σ de cette série statistique. **1,25 Pt**

e) Donner le pourcentage d'élèves appartenant à l'intervalle $[\overline{x}-\sigma; \overline{x}+\sigma]$. **0,25 Pt**

Exercice 2 : (03,5 Points)

I. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites définies respectivement par :

$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ \forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 1\,, \forall\, n \in \mathbb{N}\,.$$

1. Calculer v_0 et v_1. **0,5 Pt**
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0,5 Pt**
3. Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n. **0,5 Pt**
4. On pose $S_{19\,;\,88} = u_{19} + u_{20} + \cdots + u_{87} + u_{88}$.
   Calculer la valeur exacte de $S_{19\,;\,88}$. **0,5 Pt**

II. On considère l'équation (E): $4Cos^2(x) + \left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)Cos(x) + \sqrt{3} - 1 = 0.$

1. Développer et réduire $(3\sqrt{2}-\sqrt{6})^2$. **0,25 Pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E). **1,25 Pt**

Exercice 3 : (03 Points)

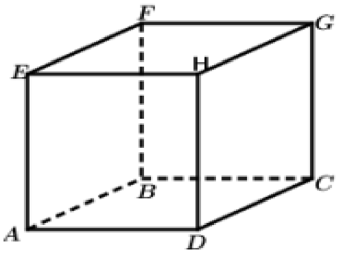
I. Une urne contient 5 boules marquées -2; -1; 0; 1 et 2. On tire successivement et au hasard deux boules de cette urne en remettant chaque fois la boule tirée dans l'urne.
Déterminer le nombre de tirages possibles. **0,5 Pt**

II. $ABCD$ est un rectangle de centre O tel que $mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) = \frac{\pi}{2}$. Soit h l'application du plan qui à tout point M du plan associe le point M' image de M par h telle que $4\overrightarrow{M'O} = 2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{DM}$.

1) Montrer que h est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport. **0,5 Pt**
2) Soit h' l'homothétie de centre O et de rapport 2.
   a) Construire les points I et J images des points B et C par $h' \circ h$. **0,5 Pt**
   b) Donner la nature et les éléments caractéristique de $h' \circ h$. **0,5 Pt**

III. La figure ci-contre est le cube $ABCDEFGH$.

1. Montrer que les droites (EB) et (AD) sont orthogonales. **0,5 Pt**
2. Montrer que les plans (ADH) et (BCA) sont perpendiculaires. **0,5 Pt**



Exercice 4 : (05 Points)

Le plan est rapporté au repère orthonormée $(O;\ \vec{i},\vec{j})$.

On considère la fonction numérique f à variable réelle définie par l'expression $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{-x+2}$. (C_f) est la courbe de f .

1. Justifier que l'ensemble D_f de définition de f est $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ et déterminer les limites de f aux bornes de cet ensemble. **1,25 Pt**
2. Que peut-on dire de la droite d'équation $x = 2$? **0,25 Pt**
3. Justifier que la droite d'équation $y = -x - 6$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5 Pt**
4. Déterminer $f'(x)$ pour $x \neq 2$, son signe et le tableau de variation de f . **1,5 Pt**
5. Démontrer que le point $\Omega\binom{2}{-8}$ est centre de symétrie à (C_f). **0,5 Pt**
6. Tracer avec soin la courbe (C_f) . **1 Pt**

Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05 Points)

Situation :

Notes sur 20	$[1;3[$	$[3;a[$	$[a;b[$	$[b;11[$	$[11;15[$
Effectifs	1	5	6	3	5

Monsieur EWANE enseignant de mathématiques voudrait remettre les statistiques des notes de la première évaluation de l'année à sa hiérarchie. Il se rend compte que la gel hydro alcoolique s'est versé sur le tableau statistique ci-dessus écrit au stylo à bille, et a effacé deux nombres qui sont remplacés par a et b . Cependant il se souvient que le mode est 7, la moyenne des notes est $7,95$ et que l'élève ayant la plus petite note est Yapi.

La punition donnée à Yapi pour son mauvais travail consiste à nettoyer les 11 salles de classes du lycée. Il entame sa punition à $07h00$ et souhaiterait nettoyer toutes les salles de classe avant de quitter le lycée à **13h14**, pour se rendre à la prière de $13h30$ à la grande mosquée. Pour nettoyer chaque salle de classe, Yapi met **4** minutes de plus que le temps mis pour nettoyer la précédente.

Monsieur EWANE évalue ses élèves chaque semaine et constate que la moyenne des notes à une évaluation augmente de 5% de la moyenne de la précédente évaluation. Pour représenter l'établissement au concours régional de mathématiques, une classe doit avoir une moyenne générale supérieure ou égale à 11.

Tâches :

1. Retrouver les deux nombres illisibles du tableau statistique de monsieur EWANE. **1,5 Pt**
2. Quel temps maximal doit mettre Yapi pour nettoyer la première salle de classe s'il veut partir du lycée à l'heure ? **1,5 Pt**
3. Après combien d'évaluations cette classe pourra-t-elle représenter l'établissement au concours régional de mathématiques ? **1,5 Pt**

Présentation : **0,5 Pt**