

L'épreuve comprend 04 exercices notés chacun sur 5 points, l'exercice 1 a deux parties A et B indépendantes

Exercice 1 : 5 points

Partie A : 2,5 points

On a consigné dans le tableau ci-après, la dépense quotidienne de chacun des 60 élèves d'une classe de seconde C dont la moyenne est 450 FCFA.

Dépense	[0; 300[[300; 500[[500; 600[[600; 800[[800; 1000[Total
Effectifs	13	x	15	10	y	60

- 1) a) Montrer que le couple $(x; y)$ de \mathbb{R}^2 vérifie le système : $\begin{cases} x + y = 22 \\ 4x + 9y = 98 \end{cases}$ 0,5pt
- b) En déduire x et y 0,5pt
- 2) On suppose que $x = 20$ et $y = 2$
 - a) Déterminer l'écart type de cette série statistique. 0,75pt
 - b) Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique 0,75pt

Partie B : 2,5 points

On définit sur \mathbb{R} la loi $*$ par $\forall x, y \in \mathbb{R}, x * y = \frac{xy}{2} + x + y$

- 1) Montrer que $*$ est une loi de composition interne 0,25pt
- 2) Montrer que 0 est l'élément neutre pour la loi $*$ 0,5pt
- 3) a) Montrer que pour la loi $*$ le symétrique de $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ est $\frac{-2x}{x+2}$ 0,5pt
- b) En déduire que le symétrique de $\sqrt{2}$ est $2 - 2\sqrt{2}$ 0,5pt
- c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x * \sqrt{2} = -1$ 0,75pt

Exercice 2 : 5 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points $A(x; x)$, $B(x^2; x + 1)$, $C(2x + 3; -4x^2 - x + 6)$ où x est un réel et on considère les polynômes P et Q définis sur \mathbb{R} par : $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ et $Q(x) = x^2 - x - 6$

- 1) Donner la forme canonique de Q , puis en déduire que $Q(x) = (x + 2)(x - 3)$ 0,75pt
- 2) a) Montrer que 1 est une racine de P 0,25pt
- b) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ 0,75pt
- c) En déduire que $P(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$ 0,25pt
- 3) a) Calculer en fonction de x les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} 0,5pt
- b) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = P(x)$ 0,5pt
- c) En déduire les valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC est rectangle en A 0,75pt

- 4) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) < 0$ 0,75pt
 b) En déduire l'ensemble des réels x pour lesquelles l'angle (\widehat{BAC}) soit obtus 0,5pt

Exercice 3 : 5 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points $A\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right), B\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right), C\left(\begin{smallmatrix} 2+\sqrt{3} \\ 1+\sqrt{3} \end{smallmatrix}\right)$ et

on pose $\theta = \text{mes}(\widehat{AB, AC})$

- 1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 0,75pt
 b) En déduire que $\cos \theta = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 0,75pt
- 2) Sachant que pour tout réels a et b : $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- a) Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ 0,5pt
 b) En déduire la valeur exacte de θ 0,5pt
- 3) a) Calculer $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, puis en déduire l'aire du triangle ABC 0,5pt
 b) En déduire le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC 1pt
- 4) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 20$ 1pt

Exercice 4 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne les points $A\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right), B\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$ et $C\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$

- 1) a) Déterminer les équations des médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$ 1pt
 b) Montrer que le centre du cercle circonscrit au triangle ABC est le point $\Omega\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ 0,75pt
 c) Montrer que le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est $R = \sqrt{10}$ 0,25pt
 d) Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC 0,5pt

2) On considère le cercle (C) d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 3 + 2\sqrt{2} \cos t \\ y = 4 + 2\sqrt{2} \sin t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et la

droite (D) d'équation cartésienne $x - y + 1 = 0$

- a) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) 0,75pt
 b) Déterminer une équation paramétrique de la droite (D) 0,5pt
 c) Déterminer $(C) \cap (D)$ 0,75pt
 d) Déterminer t pour que le point $D\left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 6 \end{smallmatrix}\right)$ soit un point de (C) 0,5pt