

COLLÈGE F.X. VOGT		Année scolaire 2025-2026
Second cycle Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC	Date : Mai 2026 Séries : D et TI Durée : 3h ; Coeff : 4

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

### Partie A : Évaluation des ressources (15 points)

#### Exercice 1 : 5 points

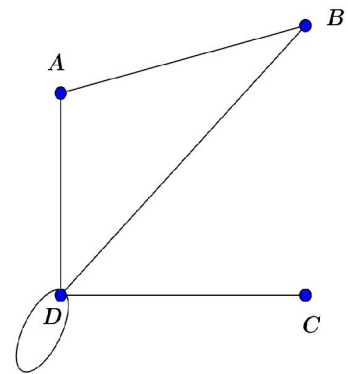
I- Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $U_0 = 3$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_{n+1} = \frac{2}{1+U_n}$ . On désigne par  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$ .

1. Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . 0,5pt
2. a) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $2V_{n+1} + V_n = 0$ . 0,5pt  
b) En déduire que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{-1}{2}$ . 0,5pt
3. Déterminer l'expression de  $V_n$ , puis celle de  $U_n$ , en fonction de  $n$ . 1pt

II- 1. Définir : Graphe complet.

**0,25pt**

2. Déterminer le nombre de sommets d'un graphe complet dont la somme des degrés de ces sommets est égale à 210. **0,75pt**
3. On considère le graphe ci-contre où le sommet D possède une boucle.
  - a) Quel est l'ordre de ce graphe ? **0,25pt**
  - b) Donner le degré du sommet D. **0,5pt**
  - c) Reproduire, corriger et compléter ce graphe afin qu'il soit un graphe complet de même ordre que le précédent. **0,75pt**



#### Exercice 2 : 5 points

I- On considère l'équation (E):  $(2 - \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x)(\cos x - \sqrt{3} \sin x - \sqrt{2}) = 0$ .

1. Montrer que  $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x = \sin x$ . 0,5pt
2. Vérifier que  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ . 0,5pt
3. Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'équation  $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$ . 0,75pt
4. En déduire les solutions dans  $[0; 2\pi]$  de l'équation (E). 0,75pt

II- Dans une banque, un gestionnaire de comptes a regroupé dans le tableau ci-dessous les dépôts d'argent, en centaines de milliers de FCFA, effectués par ses clients en une semaine.

Dépôts	[1; 4[	[4; 6[	[6; 10[	[10; 14[	[14; 16[
Effectif	20	6	8	12	4

1. Déterminer la somme moyenne déposée. 0,5pt
2. Déterminer la dispersion (l'écart-type) des dépôts autour de cette valeur moyenne. 1,25pt
3. Déterminer la médiane de cette série, par interpolation linéaire. 0,75pt

#### Exercice 3: 5 points

I- ABC est un triangle rectangle en A tel que :  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$  et  $BC = 10\text{cm}$ . On considère les points G et J tels que :  $4\vec{AG} - \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$  et J est le milieu du segment [BC].

1. a) Écrire  $G$  comme barycentre des points  $A, B$  et  $C$ . 0,75pt
- b) En déduire que les points  $A, G$  et  $J$  sont alignés. 0,5pt
2. Déterminer et construire l'ensemble  $(E)$  des points  $M$  du plan tels que :  $MB^2 + MC^2 = 68$ . 0,75pt

II- Le tableau ci-dessous est celui des variations d'une fonction numérique  $f$  de la variable réelle. On désigne par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

$x$	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ -3 ↘ $-\infty$		↘ $+\infty$ ↗ 1		↗ $+\infty$

1. On pose  $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x-2}$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels .
  - a) Montrer que la dérivée  $f'$  de  $f$  est définie, pour tout réel  $x \neq 2$  par,  $f'(x) = \frac{x^2-4x-2a-b}{(x-2)^2}$ . 0,5pt
  - b) En déduire, d'après le tableau ci-dessus et la question précédente, que  $a = -5$  et  $b = 7$ . 0,5pt
2. En utilisant  $f(x) = x - 3 + \frac{1}{x-2}$ ,
  - a) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - 3$  est asymptote à  $(C)$ . 0,5pt
  - b) Étudier la position relative de  $(C)$  et  $(D)$ . 0,5pt
3. Construire  $(C)$  et  $(D)$ . 1pt

## Partie B : Évaluation des compétences (5 points)

### Situation :

Monsieur Nono est propriétaire d'une entreprise de construction des forages d'eau. Elle est basée dans la ville de Douala où le sol est sableux et argileux. Chaque trimestre, cette entreprise gagne entre 40 et 90 marchés de constructions et le bénéfice réalisé par trimestre, exprimé en dizaines de milliers de francs, est modélisé par la fonction  $B$  définie pour tout réel  $x \in [40; 90]$  par:  $B(x) = \frac{-x^2+2000x-4900}{x}$ , où  $x$  représente le nombre de marchés gagnés en un trimestre .

Les modalités pour la construction d'un forage par l'entreprise de M. Nono (matériel, transport et main d'œuvre compris) sont les suivantes :

- Le premier mètre creusé coûte 4000 FCFA ;
- Le second mètre coûte 4300 FCFA et chaque mètre supplémentaire coûte 300 FCFA de plus que le précédent.

Madame Sosso a contacté l'entreprise de M.Nono pour la construction d'un forage chez elle au quartier Yassa . Elle a payé pour cela 567 500 FCFA, qu'elle a empruntés dans sa tontine.

Sa tontine octroie des prêts à ses membres à un taux d'intérêt mensuel composé de 2%. Mme Sosso a promis rembourser la totalité de sa dette à sa tontine 2 ans après le jour de cet emprunt.

### Tâches :

1. Déterminer le bénéfice maximal par trimestre, réalisé par l'entreprise de M.Nono. 1,5pt
2. Déterminer la profondeur du forage de Mme Sosso. 1,5pt
3. Déterminer le montant que devra rembourser Mme Sosso à sa tontine comme promis. 1,5pt

Présentation : 0,5pt