

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (13 points)

Exercice 1 : 3,5 points

On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les courbes (C) et (C') des fonctions numériques respectives f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2}{1+e^{x \ln 2}}$ et

$$g \text{ définie sur }]0 ; 2[\text{ par } g(x) = \frac{1}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{2-x}{x}\right).$$

1. Montrer que le point $J(0 ; 1)$ est centre de symétrie pour (C) . **0,25 pt**
2. a) Déterminer les variations de f sur \mathbb{R} . **0,5 pt**
 b) En déduire que f est une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle I à déterminer. **0,75 pt**
3. a) Démontrer que pour tout $x \in]0 ; 2[$, $f \circ g(x) = x$. **0,5 pt**
 b) En déduire la bijection réciproque notée f^{-1} de la fonction f ; en précisant sont ensemble de définition et son expression. **0,5 pt**
4. Tracer (C) et (C') en prenant 1 centimètre comme unité sur les axes. **1 pt**

Exercice 2 : 4 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On pose $P(z) = z^3 - (18 + 5i)z^2 + (13 + 28i)z + 4 - 33i$.

1. Vérifier que : $P(z) = (z - 2 - 3i)[z^2 - (6 + 2i)z + 7 + 6i]$. **0,5 pt**
2. On considère l'équation $(E) : z^2 - (6 + 2i)z + 7 + 6i = 0$
 a) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes. **1 pt**
 b) En déduire dans \mathbb{C} les solutions de l'équation $P(z) = 0$. **0,75 pt**
3. On donne les points $(2 + i)$, $B(4 + i)$ et $C(2 + 3i)$.
 a) Ecrire le nombre $Z = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ sous la forme algébrique. **0,5 pt**
 b) En déduire la nature exacte du triangle ABC . **0,5 pt**
4. On considère la similitude directe S de centre A qui transforme B en C .
 Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = iz + 3 - i$. **0,75 pt**

Exercice 3 : 3,5 points

1. On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 4y' + 4y = 0$.

- a) Déterminer la forme générale des fonctions numériques, solutions de (E) . **0,75 pt**
- b) Déterminer la solution particulière g de l'équation (E) qui vérifie les conditions :
 $g(0) = 2$ et $g'(0) = 1$. **0,5 pt**
- c) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I = \int_{\ln 2}^{\ln 4} (-3t + 2)e^{2t} dt$. **0,75 pt**

2. Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_n = 0$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = -\frac{4}{4+u_n}.$$

- a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $-2 < u_n < 0$. **0,75 pt**
- b) Etudier le sens de variation de la suite (u_n) . **0,5 pt**
- c) En déduire la convergence de la suite (u_n) . **0,25 pt**

Exercice 4 : 4 points

I. Une étude a été menée sur la taille (hauteur) et la masse de 6 lapins d'une ferme.

Taille (x) en cm	10	11,5	14,5	16	18,5	20
Masse (y) en kg	3,30	3,85	4,80	5,35	6,15	6,65

Les valeurs prélevées sont consignées dans le tableau ci-dessus.

1. a) Déterminer les coordonnées du point moyen. **0,5 pt**

b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. **0,75 pt**

c) Dans cette ferme, estimer de la masse d'un lapin la taille 25 cm. **0,25 pt**

2. Les 12 prélèvements sont inscrits chacun sur un des 12 coupons identiques, prévus pour l'étude, et placés dans une urne. On tire au hasard et simultanément 2 coupons de cette urne. Un tirage est dit significatif, si la paire de coupons tirés correspond aux prélèvements d'un des 6 lapins de l'étude.

a) Calculer la probabilité d'obtenir un tirage significatif. **0,5 pt**

b) On répète 3 fois avec remise, cette épreuve. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux tirages significatifs. **0,75 pt**

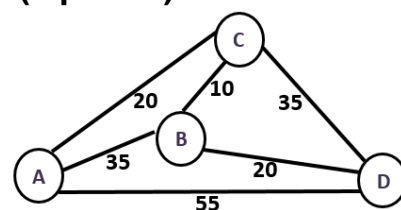
II. Soit ABC un triangle.

1. Exprimer $\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}$ en fonction de \vec{BC} . **0,5 pt**

2. Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}\|$. **0,75 pt**

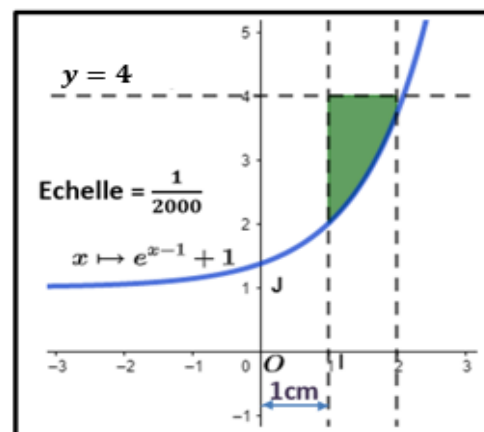
PARTIE B EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**Situation :**

Pago est un cultivateur de tomates. Pour livrer ses tomates au marché Dédo (D), il doit les transporter de son champ (A), dans un camion qui consomme 1 litre de carburant au kilomètre. Le réseau routier de la ville est représenté par le graphe ci-contre, sur lequel les arrêtes sont pondérés par la distance en km qui sépare deux sommets. Le réservoir du camion contient au départ du champ, 52 litres de carburant.



Pago possède une grande surface plane de terre traversée par un cours d'eau. Il projeté y planter des semences de tomate qui, dans des conditions bien décrites produisent une tonne au dam².

Pour rendre maximale sa production il a confié à un ingénieur agricole, l'étude de la faisabilité de ce projet. Après avoir mené cette étude, l'ingénieur a représenté la zone favorable audit projet, dans le repère orthonormé ci-contre.



Ladite zone est délimitée par une route modélisée par la droite d'équation $y = 4$ et un tronçon du cours d'eau, modélisé par la courbe de la fonction $x \mapsto e^{x-1} + 1$ sur l'intervalle $[1 ; 2]$.

Pago estime sur cette zone, sa récolte à plus de 10 tonnes et voudrait s'en rassurer.

Une pompe à eau doit être placée à la jonction de la route et du cours d'eau pour ravitailler la maison des employer dont l'emplacement est assimilé au point O, origine du repère.

Tâches :

1. Le camion pourra-t-il livrer ses tomates sans carburant ajouté ? **1,5 pt**

2. Pago s'est-il trompé sur son estimation ? **1,5 pt**

3. Détermine la longueur minimale du tuyau à acheter pour ce ravitaillement. **1,5 pt**

Présentation : **0,5 pt**