

COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P: 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2025-2026
Département de Mathématiques	Contrôle du 28-03-2026	Situation 5
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : PC et PCE	Durée : 2H45min	coefficient : 6

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,00 points)

EXERCICE 1 : (03,00 points)

On a relevé, pour 125 élèves d'un lycée, le temps consacré à la pratique de sport par semaine. On a obtenu le tableau statistique suivant :

Temps (en minutes)	[0; 20[[20; 40[[40; 60[[60; 100[[100; 140[[140; 200[
Effectif	35	41	30	12	5	2

- 1) Calculer la moyenne et la variance de cette série statistique. **1pt**
- 2) Montrer que le temps consacré à la pratique du sport par semaine d'un élève est à 23,17 minutes de la moyenne. **0,5pt**
- 3) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique. **1pt**
- 4) En utilisant l'interpolation linéaire, déterminer la médiane de cette série statistique. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (04,00 points)

I/ On dispose d'une urne contenant 10 boules réparties de la manière suivante :

- 5 boules rouges numérotées : 0 ; 1 ; 3 ; 3 et 3.
- 3 boules vertes numérotées : 0 ; 1 et 3.
- 2 boules noires numérotés : 0 et 2.

On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne. On désigne par a, b et c les numéros respectifs de la première, deuxième et troisième boule tirée. Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = a$ et $U_{n+1} = C_3^b U_n + c$.

- 1) Déterminer le nombre de tirages possibles contenant 2 boules portant le numéro 0 et une seule boule noire. **0,5pt**
- 2) Déterminer le nombre de tirages possibles où la suite (U_n) est arithmétique. **0,5pt**
- 3) Déterminer le nombre de tirages possibles où la suite (U_n) est géométrique. **0,5pt**

II/ Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2$. On pose $V_n = U_n - 4$

- 1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **1pt**
- 2) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . **0,5pt**
- 3) On pose : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
Exprimer S_n et S'_n en fonction de n . **1pt**

EXERCICE 3 : (03,75 points)

Le plan vectoriel E est rapporté à la base $B = (\vec{i}; \vec{j})$. On note f l'endomorphisme de E qui au vecteur $\vec{u}(x; y)$ associe le vecteur $\vec{u}'(x'; y')$ tel que :
$$\begin{cases} x' = \sqrt{3}x - 3y \\ y' = -x + \sqrt{3}y \end{cases}$$

- 1) Déterminer la matrice de f dans B . **0,5pt**
- 2) Montrer que f n'est pas un automorphisme de E . **0,5pt**
- 3) Déterminer le noyau $\ker f$ et l'image $\text{Im} f$ de f (On précisera une base de chaque sous-espace). **1,5pt**

4) On pose $\vec{a} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{b} = -\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$

a) Montrer que $B' = (\vec{a}; \vec{b})$ est une base de E .

0,5pt

b) Donner la matrice de f dans la base B' .

0,75pt

EXERCICE 4 : (04,25 points)

On se propose d'étudier la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

f est de la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où

a, b et c sont des nombres réels.

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f .

0,5pt

2) a) Donner les valeurs de $f(-2)$; $f(4)$ et $f'(4)$

0,75pt

b) Démontrer que $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$ et $c = -\frac{9}{2}$.

1pt

3) Montrer que la courbe de f admet une asymptote oblique que l'on précisera.

0,5pt

4) Préciser la position de la courbe de f par rapport à son asymptote oblique.

0,5pt

5) Tracer la courbe de f et ses asymptotes dans un repère orthonormé.

1pt

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$		↗ 3 ↘		↘ +∞ ↗		↗ +∞ ↘
	$-\infty$		$-\infty$	-3		

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (05,00 points)

Situation :

Hassan est un homme d'affaire de la ville de Maroua. C'est un grand chef de famille avec quatre épouses et chaque épouse à sept enfants. Dans cette famille la communication est règlementée de la manière suivante : le père communique uniquement avec ses épouses ; les épouses communiquent entre elles et chaque épouse communique avec ses enfants. Les enfants d'une même mère communiquent entre eux, et, entre enfants de mères différentes, seuls les aînés communiquent entre eux.

Hassan est un revendeur de carburant de contrebande qu'il achète au Nigeria. Il a un camion-citerne qui peut contenir 5 160 litres de carburant. Lors de son dernier voyage au Nigeria, Hassan a fait le plein de sa citerne et s'est mis à revendre le long du corridor qui mène à Maroua. Au premier arrêt, il vend 15 litres, 20 litres au deuxième arrêt, 25 litres au troisième arrêt et ainsi de suite en ajoutant à chaque arrêt, 5 litres au volume vendu à l'arrêt précédent jusqu'à épuisement total du carburant dans la citerne.

La quatrième épouse d'Hassan du nom de Jamila est la grande distributrice du riz thaïlandais à Maroua. Pour une bonne maîtrise du marché, Jamila a mené une enquête sur les consommations des familles minutieusement choisies. Elle a obtenu les résultats suivants : Entre 5 et 10 kg on a 24 familles ; entre 10 et 15 kg on a 18 familles ; entre 15 et 20 kg on a 12 familles ; entre 20 et 25 kg on a 16 familles et entre 25 et 30 kg on a 10 familles. Jamila a appris en statistique qu'en matière de consommation de riz, l'effectif de la classe moyenne se situe entre les nombres $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$ où \bar{x} est la consommation moyenne et σ est l'écart type.

Tâches :

1) Combien de liens de communications peut-on dénombrer dans cette famille ? justifier clairement votre réponse.

1,5pt

2) Combien de litres de carburant Hassan a-t-il livré au dernier acheteur ? justifier clairement votre réponse.

1,5pt

3) À combien peut-on estimer l'effectif de la classe moyenne dans l'échantillon des acheteurs de riz chez Jamila ?

1,5pt

Présentation : 0,5pt