

PARTIE A : Évaluation des ressources (15,5 points)

Exercice 1 : (05,5points)

On considère le polynôme $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$ et le système d'équations (S) $\begin{cases} -x + 2y + z = 5 \\ 2x - y + z = -1 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$

- 1.a) Justifier que 2 est une racine de P . 0,25pt
 b) Déterminer les réels a et b tels que $P(x) = (x - 2)(ax^2 + b)$ 0,5pt
 2.a) Justifier que $P(x) = (-x + 2)(x^2 - 1)$. 0,25pt
 b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$. 0,5pt
 c) En déduire dans \mathbb{R} les solutions :
 a) De l'inéquation $P(x) \leq 0$ 0,5pt
 b) De l'équation: $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - \ln x + 2 = 0$ 0,75pt
 c) De l'équation: $-e^{x-1} + \frac{1}{e^{x-1}} - \frac{2}{e^{2x-2}} + 2 = 0$ 0,75pt
 3-a) Choisir parmi les triplets suivants celui solution du système d'équations (S) ci-dessus :
 $(-1; 2; 1)$; $(1; -1; 2)$; $(2; 1; -1)$; $(-1; 1; 2)$. 0,5pt

- b) Déduire l'ensemble solution dans \mathbb{R}^3 du système suivant : $\begin{cases} \ln\left(\frac{y^2z}{x}\right) = 5 \\ \ln(x^2z) + \ln\left(\frac{1}{y}\right) = -1 \\ \ln(x^3) + \ln(y^2) + \ln(z) = 1 \end{cases}$ 1,5pt

Exercice 2 : (06points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$ et (C_f) sa courbe représentative.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . 0,25pt
 2) Déterminer les limites de la fonction f en $+\infty$; en $-\infty$; en 1^+ et en 1^- . 1pt
 3-a) Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie par $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{(x-1)^2}$ 0,5pt
 b) En déduire le sens de variations de la fonction. 0,5pt
 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f . 0,5pt
 4-a) Vérifier que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x - 1 - \frac{4}{x-1}$. 0,25pt
 b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) . 0,5pt
 c) Étudier la position de (C_f) et (D) . 0,5pt
 d) Démontrer que le point $I(1; 0)$ est un centre de symétrie de (C_f) . 0,5pt
 5) Construire la courbe (C_f) . 1pt
 6) Donne parmi les primitives celle sur $]1; +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = x - 1 - \frac{4}{x-1}$ qui s'annule en 2 est : a) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4\ln(x - 1)$; b) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4\ln(x - 1) + 4$; c) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4\ln(x - 1) - 4$ 0,5pt

Exercice 3 : (04points)

Le tableau ci-après donne la tension artérielle y_i en fonction de l'âge x_i de 6 membres d'une famille.

Âge (x_i)	36	42	48	54	60	66
Tension artérielle (y_i)	11,8	14	12,6	15	15,5	15,1

- 1) Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points de cette série statistique. 1,5pt
 2) Déterminer les coordonnées du point moyen G . 0,5pt
 3) On divise la série en deux séries de même effectif comme suit :

X_i	36	42	48
Y_i	11,8	14	12,6

X_j	54	60	66
Y_j	15	15,5	15,1

- a) Déterminer les points moyens G_1 et G_2 des nuages partiels obtenus. 0,75pt
 b) Montrer que la droite d'équation $y = \frac{2}{15}x + 7,2$ est une droite d'ajustement de Mayer. 0,75pt
 c) En déduire une estimation de la tension artérielle d'un membre de cette famille âgé de 30 ans. 0,5pt

PARTIE B : Évaluation des compétences (4,5 points)

Situation :

Monsieur Abdou est un commerçant de céréales sur un marché de la place. Il achète et revend des sacs de riz. Le bénéfice $B(x)$ réalisé après la vente de x sacs de riz est donné par la relation $B(x) = x^3 - 60x^2 + 900x$. À la fin du mois dernier, il constate qu'il a vendu au moins un sac de riz, mais qu'il a réalisé un bénéfice nul. Monsieur Abdou aimerait pouvoir retrouver le nombre de sacs de riz vendus au cours ce mois, mais il ne sait comment s'y prendre.

Monsieur Abdou embarrassé par cette mauvaise performance, décide de prendre deux résolutions : revoir ses prix et recapitaliser son activité.

Pour ce qui est de la révision des prix, son conseiller en affaire lui recommande de n'envisager une augmentation que si la moitié de ses clients dépensent moins de 48 mille F CFA par mois et l'autre moitié, plus de 48 mille F CFA par mois. Dans le cas contraire une baisse des prix s'impose tenant compte de la conjoncture actuelle. Le tableau ci-après donne les dépenses moyennes des clients de Monsieur Abdou.

Dépenses	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[[70 ; 80[
Effectifs	5	15	10	10	8	6

A l'analyse de ce tableau, il ne sait pas quelle décision prendre.

Pour ce qui est de la recapitalisation de son commerce, le conseiller financier de Monsieur Abdou lui propose d'emprunter de l'argent auprès d'une banque qui pratique des taux d'intérêts composés et mensuels (le capital et les intérêts du mois en cours produisent les intérêts le mois suivant). Pour un prêt de 100 000 F CFA, il pourrait rembourser, après deux mois, la somme de 112 360 F CFA. Monsieur voudrait emprunter la somme de 150 000 F CFA, mais avant, il souhaite connaître la somme qu'il aura à rembourser après deux mois.

Tâche 1 : Quel est le nombre de sacs de riz vendu le mois dernier par Monsieur Abdou pour qu'il réalise un bénéfice nul ? 1,5 pt

Tâche 2 : Est-ce-que Monsieur Abdou doit-il prendre la décision de revoir les prix à la hausse ? 1,5 pt

Tâche 3 : Quel est le montant que devra rembourser Monsieur Abdou après deux mois ? 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt