

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

En 2025, un village compte 5000 habitants. On constate que chaque année, la population augmente de 10%, mais 200 personnes quittent le village. On note U_n la population de ce village en l'an $2025 + n$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1. Détermine quelle sera la population de ce village en 2026 et en 2027. 0,5pt
2. Justifie que la suite (U_n) vérifie : $U_{n+1} = 1,1U_n - 200$. 0,5pt
3. On pose $V_n = U_n - 2000$.
 - (a) Montre que (V_n) est une suite géométrique. Précise sa raison et son 1^{er} terme. 1pt
 - (b) Exprime V_n puis U_n en fonction de n . 0,5pt
 - (c) Quelle sera la population de ce village en 2030 ? 0,5pt

EXERCICE 2 : (4 points)

On considère la fonction f numérique de la variable réelle, de courbe représentative (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Le tableau de variations de f est donné ci-contre :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
f		1		$+\infty$	3	$+\infty$

1. Par lecture de ce tableau de variations, détermine :
 - (a) L'ensemble de définition D_f de f . 0,5pt
 - (b) Les limites de f aux bornes de D_f ; $f(-1)$ et $f(1)$; $f'(-1)$ et $f'(1)$. 1pt
2. On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ pour tout $x \neq 0$ où a, b et c sont trois réels.
 - (a) En utilisant les résultats précédents, montre que $a = b = c = 1$. 0,75pt
 - (b) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à (C_f) . 0,5pt
 - (c) Montre que pour tout $x \neq 0$, $f(-x) + f(x) = 2$. Interprète ce résultat. 0,5pt
 - (d) Construis soigneusement (Δ) et (C_f) dans le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 0,75pt

EXERCICE 3 : (4 points)

- A) 1.** Donne la forme canonique du trinôme $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$. 0,5pt
- 2.** Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) > 0$. 0,75pt
- 3.** Déduis-en dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $(E) : 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$. 0,75pt
- B) Soit x un réel de $]-\pi; \pi]$. On pose $A(x) = 2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{6} \sin x + 2 \cos x - \sqrt{3}$.**
1. Vérifie que $A(x) = (\sqrt{2} \sin x + 1)(2 \cos x - \sqrt{3})$. 0,5pt
 2. Déduis-en dans I les solutions de l'équation $A(x) = 0$. 1pt
 3. Déduis-en dans I les solutions de l'inéquation $2 \cos x - \sqrt{3} \leq 0$. 0,5pt

EXERCICE 4 : (4 points)

A) ABC est un triangle rectangle et isocèle en A tel que $BC = 6\text{cm}$. I et G sont deux points du plan tels que I est le milieu de $[BC]$ et $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

1. Détermine la distance AB . 0,5pt
2. (a) Écris G comme le barycentre des points A et I . 0,5pt
 (b) Dédus-en que le quadrilatère $ABGC$ est un carré. 0,5pt
3. On considère l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $MA^2 - 2MI^2 = -18$.
 (a) Montre que pour tout point M du plan, $MA^2 - 2MI^2 = -MG^2 + 18$. 0,5pt
 (b) Détermine et construis (Γ) . 0,75pt

B) ALI aimerait inviter 5 amis notés A, B, C, D et E pour son anniversaire, mais certains ne s'entendent pas.

Amis	A	B	C	D	E
Ne s'entendent pas	D	C, D, E	B	A, B, E	B, D

1. Représente la situation à l'aide d'un graphe en reliant deux amis qui ne s'entendent pas. 0,5pt
2. (a) Ce graphe est-il simple ? complet ? Justifie tes réponses. 0,5pt
 (b) Combien ALI peut-il inviter d'amis à son anniversaire pour que la fête soit réussie ? 0,25pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

M. NANGA possède un terrain rectangulaire $ABCD$ de longueur 40m et de largeur 25m . Suite à une opération de déguerpissement dû à des travaux d'intérêt public, le Maire de la ville a décidé de lui accorder un autre terrain de $672,75\text{m}^2$ obtenu en diminuant chaque dimension de l'ancien terrain $ABCD$ d'une même quantité. M. NANGA souhaite clôturer ce terrain en y prévoyant des ouvertures de 5m . Le technicien chargé des travaux lui affirme que le mètre linéaire de clôture est fixé à 12.000 FCFA toutes charges comprises.

M. NANGA est également propriétaire d'un camion. Ce camion doit effectuer un trajet de 100km sur une autoroute reliant deux villes. D'après la fiche technique du camion, sa consommation de gasoil est de $6 + \frac{3v^2}{800}$ litres par heure où v est la vitesse moyenne du camion en km/h . Le prix du gasoil est de 615 FCFA le litre et le chauffeur est payé à 5000 FCFA pour le trajet.

Sur une partie de son terrain, M. NANGA désire y aménager un enclos circulaire obtenu à partir de 2 piquets E et F distants de 24m . Cet enclos est matérialisé par l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 25$. L'enclos sera entouré par un grillage vendu à 1500 FCFA le mètre.

Tâches :

1. M. NANGA peut-il clôturer son terrain avec une somme de 1.450.000 FCFA ? 1,5pt
2. A quelle vitesse moyenne le chauffeur doit-il rouler afin de minimiser le coût du trajet ? 1,5pt
3. Quelle somme M. NANGA doit-il prévoir pour l'achat du grillage de cet enclos circulaire ? 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt