



L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur deux pages.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES/ (15,5 POINTS)

EXERCICE 1/ *les parties A et B sont indépendantes* **(05 points)**

A- On considère le polynôme complexe P définie par $P(z) = z^3 - z^2 + (3 + i)z - 2 + 2i$.

- 1) Vérifier que $-i$ est une racine de P . 0,25pt
- 2) Déterminer les nombres complexes a et b tels que $P(z) = (z + i)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
- 3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. 0,75pt

B- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ On donne trois points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 2 - i$ et $z_C = -1 + 2i$.

- 1) Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z tel que $|z - 2 + i| = |z + 1 - 2i|$, puis vérifier que le point A appartient à (E) . 0,75pt
- 2) Calculer un argument du rapport $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ et déduire la nature exacte du triangle ABC . 0,5pt
- 3) On considère la similitude direct S de centre B qui transforme le point A en C .
 - a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude S . 0,50pt
 - b) Donner l'écriture complexe de la similitude S . 0,50pt
 - c) (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC , déterminer les caractéristiques de (C') image de (C) par S et construire (C) et (C') sur le même repère. 0,75pt

EXERCICE 2/ **(04 points)**

A- Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : cinq vertes, trois jaunes et deux rouges. On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

- 1) On considère les événements : A « Les 3 boules tirées sont vertes », B « Les 3 boules tirées sont de la même couleur » et C « Les 3 boules tirées sont de couleurs deux à deux distinctes. » Calculer la probabilité de chacun des événements A , B et C . 0,75pt
- 2) Pascal décide de jouer à un jeu décrit comme suit : Il mise la somme de 500 FCFA et tire simultanément trois boules de cette urne. S'il obtient trois boules vertes, on lui remet le quadruple sa mise. S'il obtient deux boules vertes, on lui remet le double sa mise. Dans tout autre cas, il ne reçoit rien. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage des trois boules associe son gain algébrique.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X . 0,75pt
 - b) Calculer l'espérance mathématique de X . Ce jeu est-il favorable pour pascal, justifier. 0,75pt

B- On considère les intégrales $I = \int_0^\pi e^{-2x} \cos^2 x \, dx$ et $J = \int_0^\pi e^{-2x} \sin^2 x \, dx$

- 1) Calculer $I+J$. 0,5pt
- 2) A l'aide d'une intégration parties calculer $I-J$. 0,75pt
- 3) En déduire la valeur exacte de I et de J . 0,5pt

EXERCICE 3/ **(06,5 points)**

Partie A : Soit la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique 2cm.

- 1) a) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. 0,5pt
 - b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - (2x + 1)]$ puis interpréter le graphiquement le résultat obtenu. 0,5pt
 - c) Etudier la position relative de (C) et la droite $(D) y = 2x + 1$. 0,5pt
- 2) a) Calculer $g'(x)$ et $g''(x)$ puis dresser le tableau de variation de g' . 0,75pt
 - b) Sachant que $g'(1) = 0$, dresser le bableau de variation de g . 0,5pt
- 3) Démontrer que (C) de coupe l'axe $(O, \vec{i})$ en un unique point α puis que $1,9 < \alpha < 2$. 0,5pt
- 4) construire (C) et (D) dans le même repère. 0,75pt

5) Déterminer l'aire en cm^2 du domaine du plan délimitée par (C), (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$. 0,5pt

Partie B : Soit la fonction numérique f définie sur $I = [1,9; 2]$ par $f(x) = 1 + \ln\left(2 + \frac{1}{x}\right)$.

1) a) Démontrer que pour tout $x \in I$, $g(x) = 0$ équivaut à $f(x) = x$. 0,25pt

b) Etudier le sens de variation de f puis démontrer que pour tout $x \in I$, $f(x) \in I$. 0,75pt

c) Démontrer que pour tout $x \in I$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{9}$. 0,25pt

2) on considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_n \in I$.

a) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{9} |u_n - \alpha|$. 0,25pt

b) Dédire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{10} \times \left(\frac{1}{9}\right)^n$. 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES / (04,5 POINTS)

Monsieur ESSOH est un homme d'affaire camerounais vivant dans la ville de Douala. Il fondateur d'une entreprise de fabrication de téléphones dans la ville de yaoundé plus précisément au quartier Etoudi.

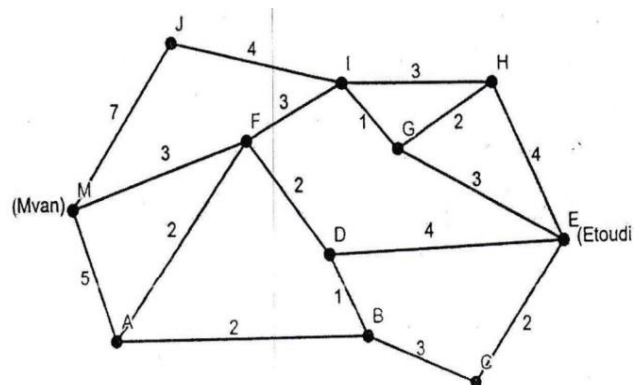
Cette entreprise fabrique une marque de telephone nommée *SMARTESS* vendu à 200 000 FCFA en moyenne sur le marché. Le coût moyen de production journalier exprimé en million de francs CFA est donnée par la fonction $h(x) = \ln\left(\frac{x+1}{3}\right)$ où x represente le nombre de téléphones fabriqués par jour $x \in [0; 55]$.

Monsieur ESSOH aimerait savoir le montant des frais de publicité en million de FCFA et celui du chiffre d'affaire en millions de FCFA enregistrés au cours des 4 premiers mois dans son entreprise. Son comptable n'ayant plus des données se rappelle avoir dresser le tableau suivant :

Frais de publicités x_i	x_1	x_2	x_3	x_4
Chiffre d'affaire y_i	y_1	y_2	y_3	y_4

les x_i suivent dans cet ordre une progression arithmétique de raison $\frac{2}{3}$ et les y_i suivent une progression géométrique de raison 2. Il se rappelle également que les droites de regression de y en x et de x en y ont respectivement pour équation $138x - 25y - 540 = 0$; $6x - y = 24$.

Il doit se rendre à yaoundé pour une réunion qui se tiendra à la direction générale de son entreprise. Il arrive à l'entrée de ville de yaoundé au lieu dit MVAN il s'arrete dans une station. son véhicule consomme 0,4 litre d'essence par kilomètre et le litre est vendu à 940 FCFA . les differents itinéraires qu'il peut emprunter pour se rendre à la reunion sont ceux d'un réseau routier dégradé, représenté à l'aide du graphe ci-contre, pour lequel les sommets sont des carrefours et les nombres, les distances en Km entre ces carrefours.



Tâches

1) Déterminer le montant minimum que doit déboursier M. ESSOH pour l'achat de l'essence qui lui permettra de se rendre à la réunion depuis MVAN. 1,5pt

2) Déterminer le bénéfice moyen journalier s'il l'entreprise commercialise tous les téléphones fabriqués par jour. 1,5pt

3) Déterminer les modalités x_i et y_i de chaque caractère. 1,5pt