

MINESEC COLLEGE JEAN TABI D'ETOUDI <i>Département de Mathématiques</i> N° REF : CJT/25-26/FTD8/HVN/NEA	FICHE DE TRAVAUX DIRIGES N°8	ANNEE SCOLAIRE 2025-2026 CLASSES : Premières C&D
---	---	---

Examineur : **Etienne NJANKO**

EXERCICE 1 :

- (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_0 = 90$ et $u_{1000} = 900$.
 - Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
 - Calculer u_{250} .
 - Calculer la somme $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{400}$.
- On donne les suites (u_n) et (v_n) définies par :
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \end{cases} \text{ et } v_n = 1 + \frac{1}{u_n}.$$
 - Calculer $u_1; u_2; u_3; v_1$ et v_2 .
 - Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique que l'on caractérisera.
 - Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - Exprimer la somme $S_n = v_{10} + v_{11} + \dots + v_{n-2}$ en fonction de n .
- Déterminer les 5 premiers termes d'une suite arithmétique sachant que leur somme est 35 et la somme de leurs carrés est 335.
- Le chiffre d'affaires d'un magasin s'accroît de 500 000 FCFA chaque année. En 2025 ; ce chiffre d'affaires était de 10 millions.
En quelle année ce chiffre d'affaires sera de 20 500 000 FCFA ?

EXERCICE 2 :

- (u_n) est une suite géométrique telle que $u_3 = \frac{1}{24}$ et $u_{10} = \frac{1}{3072}$.
 - Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
 - Calculer u_{200} .
 - Calculer la somme $T_n = u_5 + u_6 + \dots + u_{15}$.
- On donne les suites (t_n) et (v_n) définies par :
$$\begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = 3v_n - 1 \end{cases} \text{ et } t_n = v_n - \frac{1}{2}.$$
 - Calculer $t_0; t_1$ et t_3 .
 - Montrer que (t_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
 - Exprimer t_n puis v_n en fonction de n .
 - Exprimer la somme $P_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n .
- Déterminer les nombres $a_0; a_1; \dots a_5$ d'une suite géométrique strictement positive telle que $a_0 + a_4 = \frac{164}{3}$ et $a_1 + a_3 = 20$.
- Bouba place une somme de 250 000 FCFA dans une banque au taux d'intérêts composés de 6% le 1^{er} Janvier 2025. Après combien d'années ce capital doublera t-il ?

EXERCICE 3 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2+1}{2x}$; (Cf) sa courbe représentative et (D) la droite $(D): y = x$.

I) ETUDE ET TRACE DE f :

- Étudier la parité de f et en déduire l'existence d'un centre de symétrie à (Cf) dont on précisera les coordonnées.
- Étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f .
- Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x}$ puis justifier que (Cf) admet deux asymptotes dont on précisera les équations.
- Étudier les positions relatives de (Cf) avec l'axe des abscisses.
- Tracer avec soin (Cf) ainsi que ses asymptotes.
- Soit m un réel. On considère l'équation $(E): x^2 - 2m(x - 1) + 1 - 2m = 0$.

- a) Montrer que l'équation (E) est équivalente à $f(x) = m$.
- b) En utilisant le graphique, déterminer les valeurs de m pour lesquelles (E) admet deux solutions.

II) ETUDE D'UNE SUITE ASSOCIEE A f :

Soit la suite $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1. En utilisant (Cf) et la droite (D) ; placer sur l'axe des abscisses du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les 4 premiers termes de la suite (u_n) .
2. Étudier graphiquement le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) .
3. On pose $v_n = f(n) - \frac{1}{2n}$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique que l'on caractérisera.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n puis étudier la convergence de (v_n) .

EXERCICE 4 :

Pour suivre la population de ces rongeurs, on note P_n la population de la n -ième génération. P_0 étant la population initiale, on donne $P_0 = 100$ et $P_{n+1} = 1,2P_n + 5$.

1. Calculer P_1 et P_2 .
2. On pose $u_n = P_n + 25$.
 - a) Exprimer u_n puis P_n en fonction de n .
 - b) Déterminer le nombre de rongeurs de la 10^{ème} génération de ce laboratoire (on donnera le résultat à l'unité près.)
3. On choisit au hasard 5 rongeurs de ce laboratoire pour une expérience.
 - a) De combien de manières peut-on choisir ces 5 rongeurs ?
 - b) De combien de manières peut-on le faire s'ils ont tous un poids supérieur ou égal à 115 g ?
 - c) De combien de manières peut-on le faire s'ils sont tous de poids différents ?
 - d) De combien de manières peut-on le faire si au moins 3 d'entre eux ont un poids inférieur à 105 g ?

EXERCICE 5 :

On donne les suites numériques $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4} \end{cases}$ et $v_n = \frac{u_n-1}{3+u_n}$

1. Calculer u_1 ; u_2 puis v_1 et v_2 .
2. Soit n un entier naturel.
 - a) Montrer que $5v_{n+1} - v_n = 0$ puis déduire la nature de la suite (v_n) .
 - b) Exprimer v_n en fonction de n puis la somme $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n .
3. Montrer que pour tout entier naturel n ; $u_n = \frac{1+\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$.

EXERCICE 6 :

1. Kamdem, un jeune étudiant cherche à louer une chambre pour trois ans. Bouba, le propriétaire d'une chambre, lui propose deux types de contrat.

Premier contrat :

Un loyer de 35 000 FCFA le premier mois puis une augmentation du loyer de 500 FCFA par mois jusqu'à la fin du bail.

Deuxième contrat :

Un loyer de 35 000 F CFA pour le premier mois, puis une augmentation de 3% par mois jusqu'à la fin du bail. Kamdem veut choisir le contrat le plus avantageux pour lui, mais hésite. Il se confie à toi. Aide-le !

2. Bouba veut placer pendant 10 ans dans une banque de la place la somme de 3 500 000 F CFA le premier janvier 2026.

Le banquier lui explique les conditions suivantes :

Condition 1 : placement à intérêts simples.

Chaque fin d'année, l'argent placé produira le même intérêt de 6,5% l'an.

Condition 2 : placement à intérêts composés.

Le taux d'intérêt est de 3% l'an, mais chaque fin d'année, l'intérêt acquis est pris en compte dans le calcul du capital de l'année suivante.

Bouba retourne à la maison et te demande de lui proposer la condition la plus avantageuse.

Détermine la meilleure condition de placement pour Bouba.

3. Le loyer d'une maison est de 380 000 F CFA par mois. Ce loyer augmente chaque deux ans de 6 %.

- Détermine le montant du loyer de cette maison dans 8 ans.
- Détermine le total des loyers payés pendant les dix premières années.

EXERCICE 7 :

- Elie et Benjamin sont deux jeunes des villes d'OVENG et de MALENTOUEN respectivement. Les populations de ces deux villes au 1er janvier 2022 sont respectivement de 100 000 et 50 000 habitants. Des études ultérieures ont montré que la population d'OVENG croît de 1% par an tandis que celle de Malentouen croît de 5% par an. Elie affirme que d'ici 2074, la population de MALENTOUEN sera supérieure à celle d'OVENG. A-t-il raison ?
- M. TAYOU est un chef d'entreprise, dans la production agricole. En 2016 il débute ses activités avec un effectif de 100 employés. Cet effectif croît régulièrement au taux de 3% par an. Pour des besoins de paiement d'impôts, il souhaite réduire son effectif dès l'année où son effectif sera le double de l'effectif initial.

A partir de quelle année M. TAYOU pourra-t-il réduire ses effectifs ?

EXERCICE 8 :

On donne les suites (u_n) et (v_n) définies par :
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \end{cases} \text{ et } v_n = u_n - 1.$$

- Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.
- Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n) .
- Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Déterminer la somme des 20 premiers termes de la suite (u_n) .

EXERCICE 9 :

Soit la fonction numérique $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$. On suppose que (Cf) admet au point d'abscisse 0 une tangente perpendiculaire à la droite $(D): y = -\frac{4}{3}x + 8$ et que la droite $(D'): y = 2$ est asymptote horizontale à (Cf) .

- Montrer que $a = 2$ et $b = 1$.
- Etudier les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
- Construire dans un repère orthonormé la droite $(L): y = x$ puis la courbe (Cf) de f .
- Soit n un entier naturel. On définit les suites numériques :
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ et } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}.$$
 - Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
 - Montrer que $v_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ puis exprimer u_n en fonction de n .

c) Pour tout entier naturel n ; exprimer la somme $P_n = v_2 + v_1 + \dots + v_{n-5}$ en fonction de n .

EXERCICE 10 :

Pendant le cours de génétique, le professeur de SVT explique à ses élèves l'expérience qui permet d'obtenir la race d'une souris. On dispose d'une population P_0 ayant des gènes de couleur noire et de couleur blanche. On la laisse se reproduire et on obtient une population P_1 et N petits avec la proportion $u_0 = \frac{n}{N}$ de souris noires. On retire les souris blanches et on laisse se reproduire les souris noires de la population P_1 . On note u_n la proportion des souris des souris noires après la $n - ième$ reproduction.

On admet que la suite (u_n) est définie par : $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}$.

1. Calculer u_1 pour $u_0 = 0,5$.
2. On pose $v_n = u_n - 1$. Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique puis la caractériser.
3. Exprimer les suites (v_n) et (u_n) en fonction de n puis calculer la limite de la suite (u_n) .
4. Du point de vue génétique, interprète ce résultat.

EXERCICE 11 :

M. NJANKO fondateur d'un établissement scolaire a recruté des enseignants. Il leur propose un salaire annuel de 750 000 FCFA. Après quelques mois de travail, une grève des enseignants surgit et le fondateur souhaite revaloriser les salaires de son personnel. Deux propositions aux choix sont faites :

Le premier contrat stipule que les enseignants auront une augmentation de 4% sur le salaire de l'année précédente.

Le second contrat stipule qu'il y aura une augmentation forfaitaire chaque année de 30 000 F CFA. Monsieur ABE est professeur d'anglais et veut s'engager pour 09 ans mais il ne sait quel contrat il doit choisir et il te sollicite. Aide-le !