

Edéa, le 24 Mars 2026

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,25 points)

On dispose de deux dés cubiques parfaitement équilibrés. Le 1^{er} dé a ses faces marquées $1 ; 1 ; 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. Les faces du 2^{ème} dé sont marquées : $0 ; 0 ; -\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

On lance simultanément ces 2 dés et on appelle respectivement a et b les nombres lus sur la face supérieure du 1^{er} dé et sur celle du 2^{ème} dé. On associe à ce lancer le nombre complexe $u = a + ib$.

1. Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

(a) A : « le module du nombre complexe u est égal à 1 » 0,75pt

(b) B : « u est un nombre réel » 0,5pt

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on définit la transformation S d'écriture complexe $z^2 = uz + b$. Calcule la probabilité des événements :

(a) C : « S est une translation » ; (b) D : « S est une rotation » 1pt

(c) E : « S est une similitude plane directe de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$ » 0,5pt

(d) F : « S est une homothétie dont le centre est un point d'ordonnée nulle » 0,5pt

EXERCICE 2 : (3,5 points)

On pose $I_0 = \int_1^e x dx$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_1^e x (\ln x)^n dx$.

1. Calcule I_0 et à l'aide d'une intégration par parties, calcule I_1 . 0,75pt

2. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, établis la relation $2I_n + nI_{n-1} = e^2$ et calcule I_2 . 1pt

3. (a) Montre que la suite de terme général I_n est décroissante. 0,5pt

(b) Déduis-en en utilisant la relation de récurrence du 2. que : $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+2}$. 0,75pt

(c) Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n$. 0,5pt

EXERCICE 3 : (4,5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x+1)e^{-2x}$. On désigne par \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (unité graphique : $2cm$). Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. 0,75pt

2. Déterminer une équation de la tangente (T) à \mathcal{C} au point B d'abscisse $\frac{1}{2}$. 0,25pt

3. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = f(x) - \left(-\frac{2}{e}x + \frac{3}{e}\right)$.
(a) Détermine $g'(x)$ et $g''(x)$. 0,5pt

(b) Détermine le signe de $g(x)$ et déduis-en la position relative de \mathcal{C} et (T) . 0,75pt

(c) Trace la tangente (T) et la courbe \mathcal{C} . 0,75pt

4. Calcule l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ du domaine $\mathcal{D} = \{M(x, y) / -0,5 \leq x \leq \lambda, 0 \leq y \leq f(x)\}$. **0,75pt**
5. Vérifie que $H: x \mapsto \left(-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{8}\right)e^{-4x}$ est une primitive de $h: x \mapsto (2x+1)^2 e^{-4x}$ sur \mathbb{R} . **0,5pt**
6. Calcule le volume \mathcal{V} du solide de révolution engendré par la rotation du domaine \mathcal{D} autour de l'axe des abscisses pour $\lambda = \frac{1}{2}$. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (3,25 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique 1cm)

(H) est l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que : $4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y - 29 = 0$.

- Donne la nature de (H) , son centre, ses axes, ses sommets et ses asymptotes. **1,25pt**
- Soit Ω le point de coordonnées $(-2; 1)$. On pose $\vec{e}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$.
 - Montrer que $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est un repère du plan. **0,25pt**
 - Montrer que l'équation cartésienne de (H) dans le repère $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est $Y = \frac{1}{4X}$. **0,5pt**
 - En déduire l'excentricité et les foyers de (H) dans le repère $(\Omega, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. **0,5pt**
- Représenter graphiquement (H) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

SITUATION :

Pour s'implanter dans une localité, une société spécialisée dans l'agriculture a décidé d'acheter un grand terrain divisé en trois lots A, B et C . Son PDG M.TCHIO a négocié le m^2 de terrain au prix unique de 1000 FCFA avec le chef local et a fait appel à un géomètre pour évaluer l'aire de chaque lot.

Le lot A est rectangulaire de longueur p et q (en dizaines de m) tels que dans la série statistique à caractère double dont le tableau

x_i	80	60	40	20	10
y_i	24	42	p	q	80

est donné ci-contre, la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés, a pour équation $y = -0,8x + 90$.

L'unité de longueur étant de $50m$, le lot B a la forme d'un trapèze rectangle de bases a et b , entiers naturels tels que dans l'espace muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, l'endomorphisme g de matrice

$$M = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \\ a & b & -2 \end{pmatrix} \text{ soit la réciproque de l'endomorphisme } f \text{ de matrice } M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Sa hauteur h est le plus petit entier naturel non nul tel que le nombre $(\sqrt{2} - 1 + i)^h$ soit un réel positif.

Enfin, dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité $60m$, le lot C est le domaine délimité par les droites d'équations $x = 0$, $x = \ln 3$, l'axe des abscisses et la courbe d'une fonction φ solution de l'équation différentielle $y'' - 5y' + 6y = 0$ telle que $\varphi(0) = 20$ et $\varphi(\ln 2) = 128$. Après l'achat des lots A et B , il ne reste plus que 500 millions de FCFA au PDG dans le compte des dépenses.

Tâches :

- La somme dont dispose M. TCHIO est-elle suffisante pour acquérir le lot C ? **1,5pt**
- Quelle est la somme que M. TCHIO doit verser pour acquérir le lot A ? **1,5pt**
- Quelle est la somme que M. TCHIO doit verser pour acquérir le lot B ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt