

EVALUATIONS HARMONISEES REGIONALES N°1 EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES

15 points

Exercice 1

5 points

I) ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6\text{cm}$ et $AC = 8\text{cm}$.

1. a. Construire le point H barycentre du système (A, 1) et (B, 2). 0.5 pt
- b. En déduire la construction du point G barycentre de (A, 1), (B, 2) et (C, 3). 0.5 pt
2. On considère (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 16$
- a. Montrer que pour tout point M du plan, $MA^2 + 2MB^2 = 3MH^2 + 24$. 1 pt
- b. Montrer que pour tout point M du plan, $MH^2 + MC^2 = 2MG^2 + 40$. 1 pt
- c. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Σ) et le construire. 1 pt

II) Dans une entreprise de 24 employés dont 11 femmes, l'on voudrait constituer un bureau du personnel comprenant un Président, un Secrétaire et un Trésorier : sans cumul de postes.

1. Combien de bureaux peut-on former ? 0.5 pt
2. Combien de bureaux ne comprenant que des femmes peut-on former ? 0.5 pt

EXERCICE 2 5,25 Points

I. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $g(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ où a et b sont des réels.

On note (C_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer les réels a et b pour que la courbe (C_g) passe par le point A (0 ; -2) et admet en ce point une tangente (T) parallèle à la droite $(D): y = -3x + 4$ 0.75 pt

II. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$. On désigne par $\mathcal{C}$

Sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. 0,5pt

2. a) Justifier que pour tout réel $x \neq 0$, $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$. 0,25pt

b) En déduire que $\mathcal{C}$ admet deux asymptotes dont on précisera les équations. 0,5pt

3. a) Montrer que la dérivée f' de f est définie par $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ pour tout $x \neq 0$. 0,25pt

b) Dresser le tableau des variations de f . 0,75pt

4. montrer que le point K(1 ; 3) est centre de symétrie de la courbe $\mathcal{C}$. 0,5pt

5. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et ses asymptotes. 1pt

6. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par : $h(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x-3}$

a) Vérifier que pour tout $x \neq 3$, on a : $h(x) = f(x-2) + 1$. 0,25pt

b) Construire (en pointilles) dans le même repère que, C la courbe C' de h . 0,5pt

EXERCICE 3 : 4,75 points

I-1-a) Démontrer que pour tout réel x , $\cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16} \sin 16x$ 0,5pt

I-1-b) En déduire la valeur exacte de $A = \cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4}$ 0,5pt

I-2-a) Démontrer que pour tout réel x , $\tan x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$. 0,5pt

I-2-b) Déduire la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{12}$ et $\tan \frac{\pi}{8}$. 0,5pt

II- le plan est rapporté au repère orthonormé $(O ; I, J)$ on donne $A(-2 ; 7)$; $B(0 ; 1)$; $K(2 ; 1)$ et $M_0(x_0 ; y_0)$ quatre points du plan. Soit (C) le cercle de centre $\Omega = \overline{\{(A ; -1) ; (B ; 3)\}}$ et tangent à (D) d'équation : $x + 2y - 2 = 0$.

1. Déterminer une représentation paramétrique du cercle (C) . 0,75pt

2. On donne (C) d'équation $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ et (T) une tangente à (C) en M_0 passant par K .

a) Montrer que K est un point extérieur au cercle (C) . 0,5pt

b) Montre que y_0 vérifie $y_0^2 + y_0 = 0$. 0,75pt

c) En déduire les équations cartésiennes des tangentes à (C) passant par K 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES /5 points

Situation

I- Le conseil d'établissement d'un lycée voudrait construire en son sein un stade de Volley Ball et une piste d'athlétisme dans le cadre de ses activités post et périscolaire.

Dans son cahier de charge, le stade de Volley Ball a la forme d'un polygone dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation : $4\cos^2 x - 3 = 0$. (**prendre 1 unité = 100m**).

Ce conseil aimerait revêtir l'aire de jeux du stade de Volley et la piste d'athlétisme avec du vinyle synthétique qui coûte 1500 FCFA le m^2

Tache 1 : Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement de ce lycée pour revêtir le stade de volley-ball? 1,5pt

. II- S'agissant de la piste d'athlétisme, elle est délimitée par l'ensemble des points M tels que : $8 \leq \|\overrightarrow{MP} - 5\overrightarrow{MQ} + 2\overrightarrow{MR}\| \leq 12$ où P, Q et R sont les buvettes du lycée.

Tache 2 : Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement de ce lycée pour revêtir la piste d'athlétisme? (On prendra 1 unité = 10m) 1,5pt

III- L'entreprise chargée de réaliser les travaux dispose d'une somme de 3.500.000 FCFA pour la main d'œuvre des manœuvres. Cet argent leur sera réparti équitablement à la fin des travaux. Quelques heures avant le début des travaux, 4 employés ont démissionné. Chaque employé restant a vu son salaire augmenter de 33.750 FCFA.

Tache 3 : Combien de manœuvres ont-ils finalement intervenu dans le chantier.

1,5pt

Présentation

0,5pt