

DRES-OUEST		Sujet d'entraînement Seq4
Inspection Scs-Mathématiques		1 ^{ère} D / TI

Partie A : Évaluation des ressources : 15,5 Points

Exercice 1 : (5,25 Points)

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ où a, b et c sont des nombres réels. (C_f) est la courbe de f dans un repère orthonormé (O, I, J) qui passe par $A(2; 2)$, $B(-2; -2)$ et $C(-8; 0)$.

- 1) Déterminer les réels a, b et c . 1,5pt
- 2) On suppose dans toute la suite que $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{15}{4x+2}$.
 - a) Justifier que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty; \frac{-1}{2}[\cup]\frac{-1}{2}; +\infty[$. 0,25pt
 - b) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . 0,5pt
 - c) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1pt
 - d) Démontrer que le point $\Omega(\frac{-1}{2}; \frac{1}{2})$ est centre de symétrie à la courbe (C_f) . 0,5pt
- 3) Tracer (C_f) et ses asymptotes éventuelles dans le même repère orthonormé (O, I, J) . 1pt
- 4) Construire dans le même repère que (C_f) , la courbe (C_g) de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(|x|)$; puis résoudre graphiquement l'équation $g(x) = m$ où $m \in \mathbb{R}$. 0,75pt

Exercice 2 : (3,25 Points)

- I) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $A_n^2 + 3C_n^{n-2} + n = -20$. 0,75pt
- II) Une urne contient 12 boules dont 4 boules rouges, 5 boules blanches et 3 boules bleues. On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.
 - 1) Quel est le nombre de tirages possibles ? 0,5pt
 - 2) Déterminer le nombre de tirages dans chacun des cas suivants :
 - a) Les boules tirées ont la même couleur. 0,5pt
 - b) Les boules tirées présentent trois couleurs. 0,5pt
 - c) Les boules tirées sont de couleurs différentes. 0,5pt
 - d) Le tirage comporte au moins une boule bleue. 0,5pt

Exercice 3 : (3 Points)

Pour chacune des questions ci-dessous, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse.

Aucun calcul n'est demandé sur votre feuille de composition. 0,75pt $\times$ 4 = 3pts

- 1) Si $x \in]\frac{\pi}{2}; \pi]$ tel que $\cos(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, alors la valeur exacte de $\sin x$ est égale à :
 - a) $\frac{-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$;
 - b) $\frac{-\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;
 - c) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;
 - d) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

- 2) Un sac contient 4 jetons rouges et $2n$ jetons noirs ($n \in \mathbb{N}^*$). On tire successivement et sans remise trois jetons de ce sac. La valeur de n pour laquelle le nombre de tirages contenant exactement un jeton rouge donne 1584 est : **a)** $n = 3$; **b)** $n = 6$; **c)** $n = 5$; **d)** $n = 4$.
- 3) Soit $ABCD$ un carré de centre O et de sens direct. On note r_1 le quart de tour direct de centre A et r_2 la rotation de centre A et d'angle $\frac{-\pi}{4}$. La composée $r_1 \circ r_2$ est : **a)** La symétrie centrale de centre O ; **b)** la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$; **c)** la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$; **d)** une homothétie.
- 4) Soit l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M du plan, associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ et G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, -1)$ et $(C, 1)$.
a) f est une homothétie de centre G et de rapport -2 ; **b)** f est une translation de vecteur $3\overrightarrow{AG}$;
c) f est une homothétie de centre G et de rapport $\frac{-1}{2}$; **d)** f est une homothétie de centre G et de rapport 2.

Exercice 4 : (3,5 Points)

Soient $\theta \in \mathbb{R}$, ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm et de sens direct. On note I le milieu du segment $[AB]$.

1. **a)** Vérifier que $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$. 0,25pt
b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(E) : \sin^2 \theta - \cos 2\theta + \frac{3\sqrt{2}-2}{4} = 0$. 0,75pt
2. Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles le point G est barycentre des points pondérés $(A, \sin^2 \theta)$; $(B, -\cos 2\theta)$ et $(C, 2)$. 0,5pt
3. On suppose dans la suite que $\theta = \frac{-\pi}{2}$ et on note J et K les milieux respectifs de $[BC]$ et $[AC]$.
a) Justifier que les points I, G et C sont alignés. 0,5pt
b) Déterminer la nature et l'élément caractéristique de la transformation $S_{(BC)} \circ S_{(IK)}$. 0,5pt
c) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $MI^2 + MC^2 = 14$. 1pt

Partie B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation : Monsieur TELLÀ est un fermier qui a deux poulaillers de forme rectangulaire le long de certains murs de ses deux maisons. (Voir les figures ci-dessous).

- Le **poulailler 1** a une superficie de 392 m^2 , t est la distance séparant chaque piquet au mur et b la distance entre les deux piquets A et B avec $t \in [5 ; 40]$.
- Le **poulailler 2** dispose de 80 m de grillage, a est la distance séparant chaque piquet au mur et z la distance entre les deux piquets C et D avec $z \in [0 ; 50]$.

Dans ses livraisons de poulets, Monsieur TELLÀ parcourt avec son véhicule un trajet de 100 km. La vitesse moyenne de son véhicule est de x kilomètres par heure avec une consommation en gas-oil de $(6 + \frac{x^2}{100})$ litres par heure. Le prix du litre de gas-oil est de 600 Frs CFA et son chauffeur est payé à 1800 frs CFA l'heure.



- Tâches**
 1) Pour quelle valeur de t la longueur de la clôture du poulailler 1 est-elle minimale ? 1,5pt

2) Pour quelle valeur de z l'aire du poulailler 2 est-elle maximale ? 1,5pt

3) Pour quelle valeur de x le coût du trajet est-il minimal ? 1,5pt

Présentation : 0,5 pt

Critères Tâches	C ₁ : Interprétation correcte de la situation (0,5pt)	C ₂ : Utilisation correcte des outils mathématiques (0,5pt)	C ₃ : Cohérence de la production (0,5pt)
--------------------------------	---	---	--