

COLLEGE SAINTE THERESE DE MVA'A		
Département de Mathématiques		Année scolaire : 2025-2026
Classe : Première D & TI		Durée : 03h
Examineur : M. NDONGO		Coefficient : 04
Composition du trimestre 2 séquence N°4		

L'épreuve est notée sur 20 points et comporte deux parties A et B obligatoires réparties sur deux pages

PARTIE A : Evaluation des ressources/

15 points

EXERCICE 1/

04 points

1) a) Vérifier que $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$

0,25pt

b) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système
$$\begin{cases} x + y = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ xy = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

0,75pt

c) En déduire les solutions dans $]0; \pi[\times]0; \pi[$ du système
$$\begin{cases} \cos x + \sin y = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ \cos x \sin y = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases} \cdot 1\text{pt}$$

2) Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4). On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré dans ce sac.

a) Déterminer le nombre de tirages possibles.

0,5pt

b) Déterminer le nombre de tirages pour lesquelles les 3 jetons sont unicolores.

0,5pt

c) Déterminer le nombre de tirages pour lesquelles exactement 2 jetons sont verts.

0,5pt

d) Déterminer le nombre de tirages pour lesquelles au plus 2 jetons sont verts.

0,5pt

EXERCICE 2/

03,25 points

ABC est un triangle rectangle de sens direct tel que : $AB = 8\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$. On considère les points I et G tels que $4\vec{BG} + 3\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$ et I est le milieu du segment $[BC]$.

1) Montrer que $G = \text{bar}\{(A; 2); (B; 1); (C; 1)\}$.

0,5pt

2) En déduire que les points A ; G et I sont alignés.

0,25pt

3) Faire la figure puis montrer que $AI = BI = 5\text{cm}$.

1pt

4) Soit (E) l'ensemble des points M tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 100$.

a) Montrer que $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 50$.

0,5pt

b) En déduire que $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 75$.

0,5pt

c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E).

0,5pt

EXERCICE 3/

02,75 points

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $U_1 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} = \frac{3U_n}{2U_n+3}$. On admet que $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_n > 0$ et on désigne par $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par $V_n = \frac{1}{U_n}$.

1) Calculer U_1 et U_2 .

0,5pt

2) Montrer la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite arithmétique de raison $\frac{2}{3}$ dont on déterminera le premier terme V_1 .

0,75pt

3) En déduire l'expression de V_n , puis celle de U_n en fonction de n .

1pt

4) Exprimer la somme $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ en fonction de n .

0,5pt



EXERCICE 4/**05 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On désigne la fonction f par $f(x) = -x + \frac{1}{2} - \frac{2}{2x-3}$. On note (C_f) sa courbe représentative et la droite (D) d'équation $y = -x + \frac{1}{2}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux bornes de son ensemble de définition. **1,25pt**
- 2) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes qui passent par $\Omega\left(\frac{3}{2}; -1\right)$. **0,75pt**
- 3) Sans effectuer de calcul, donner valeur de $f\left(\frac{3}{2} + x\right) + f\left(\frac{3}{2} - x\right)$ et donner une interprétation graphique. **0,5pt**
- 4) a) Montrer que pour tout $x \neq \frac{3}{2}$, $f'(x) = \frac{(2x-1)(5-2x)}{(2x-3)^2}$ où f' est la fonction dérivée de f , puis en déduire les variations de f . **0,75pt**
b) Dresser le tableau de variation de f . **0,5pt**
c) Etudier la position relative de (D) et (C_f) . **0,5pt**
- 5) Tracer avec soin (D) et (C_f) . **0,75pt**

PARTIE B : Evaluation des compétences/**05 points**

Monsieur NDONGO dispose d'un montant de 4.000.000F pour réaliser un projet agricole en 2026. Il avait placé ce montant le 1^{er} janvier 2012 dans une banque à un intérêt composé de 6% (chaque année les intérêts produits s'ajoutent au capital de l'année précédente pour donner un nouveau capital). Monsieur NDONGO retire tout son capital et les intérêts à la fin d'année de 2025 pour acheter un terrain rectangulaire qui coûte 8.400.000F.

Un géomètre certifie à monsieur NDONGO que les dimensions de ce terrain sont les solutions en décimètre de l'équation $(E) = 2x^3 - 13x^2 + x + 70 = 0$. Le géomètre précise que -2 est une solution de cette équation (E) .

Monsieur NDONGO veut cultiver le maïs, le soja et le pistaches. Il livre ses récoltes à une vendeuse revendeuse au d'Okola. Le prix unitaire d'un seau de chaque type de denrée alimentaires reste inchangé pendant les deux premières semaines de livraison. La première semaine, il livre 5 seaux de maïs ; 2 seaux de soja et 3 seaux de pistache le tout à 33 500FCFA. La deuxième semaine, il livre 12 seaux de maïs ; 5 seaux de soja et 6 seaux de pistache le tout à 60 000FCFA. La troisième semaine, le prix d'un seau de maïs baisse de 5%, celui d'un seau de soja baisse de 4% et celui d'un seau de pistache augmente de 10% par rapport aux prix des deux premières semaines. Cette semaine-là, il livre 20 seaux de maïs ; 30 seaux de soja et 40 seaux de pistache le tout à 353 900FCFA.

Tâches

- 1) Déterminer le montant du mètre carré de ce terrain au moment de l'achat. **1,5pt**
- 2) Déterminer le montant retiré par Monsieur NDONGO. **1,5pt**
- 3) Déterminer le prix unitaire du seau de chaque type de denrée alimentaire lors des deux premières semaines. **1,5pt**

Présentation/**0,5pt**