

Délégation Régionale du Nord

Lycée de Bilingue de Ngong

Département Mathématiques

Examineur **Mr KAKADAIROU CP. O**



Séquence N 4

MINESEC

Année Scolaire : 2025-2026

Classe: 1^{ère} D

Durée : 3H Coef: 4

PARTIE A EVALUATION DES RESSOURCES [14,5pt]

EXERCICE 1: **2pts**

Recopier Écrivez sur ta feuille de composition le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste

1- **A ; B et C** sont les points non alignés. Si $G = \text{bar}\{(A, -5); (B, 5); (C, 3)\}$ et $H = \text{bar}\{(B, 5); (C, 3)\}$ alors :

$G = \text{bar}\{(A, 1); (H, \lambda); \}$ avec a) $\lambda = 5$; b) $\lambda = -\frac{3}{5}$; c) $\lambda = \frac{8}{5}$; d) pas de réponse

2- La fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ tels : $f(x) = 4 \left| x - \frac{3}{4} \right|$ est égale à :

a) $f(x) = \sqrt{16x^2 - 24x + 9}$; b) $f(x) = 16x^2 - 24x + 9$; c) $f(x) = |4x - 3|$; d) $f(x) = \frac{(4x-3)^2}{|4x-9|}$

3- $\forall \alpha \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$ Si $a = \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} + \sqrt{2} \tan \alpha$ et $b = \frac{\sqrt{2}}{\cos \alpha} + \sqrt{3} \tan \alpha$; alors $a^2 - b^2$ est égale à :

a) 1; b) 0; c) $\cos \alpha$; d) $\sin \alpha$; e) $\tan \alpha$; f) pas de réponse

EXERCICE 2 **[3pts]**

On lance deux fois un dé non truqué à six faces portant chacune (de façon distincte), un des nombres: $\left\{ -\frac{17}{3}; -2; -1; 0; 1; 2 \right\}$.

On désigne par **a** le résultat du premier lance lancé et par **b** celui du deuxième lancé.

On forme alors la fonction numérique **f** à variable réelle , définie par : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 4}{2x - 3}$

1- Combien telles fonctions peut-on former au total ? [0,5pt]

2- Combien de telles fonctions sont-elles des fonctions homographiques ? [0,5pt]

3- Déterminer le domaine de définition de **f**. [0,25pt]

4- Déterminer le couple (**a ; b**) pour que lequel $f(x) = x - \frac{4}{3}$ pour $x \neq \frac{3}{2}$. [1pt]

EXERCICE 3 **[3pts]**

On considère l'expression **P(x)** suivante : $P(x) = \cos 4x - 5 \cos 2x + 2$, dans laquelle $x \in] - \pi; \pi]$.

1- Résoudre dans **IR** l'équation (E): $2z^2 - 5z + 2 = 0$ [1pt]

2- Montrer que : $P(x) = 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 1$. [0,5pt]

3- Résoudre alors dans $] \pi; \pi]$, l'équation $P(x) = -1$ [1pt]

4- Placer les solutions sur le cercle trigonométrique. [0,5pt]

EXERCICE 4 **[2,5pt]**

Soient **KOLA** est un rectangle de centre **J** de longueur **KO=8** et de largeur **OL=6**. Soit (Σ) ensemble des

points **M** du plan (**KOL**) tels que: $\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = \|-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA}\|$

1- Construire le triangle **KOL** et le point **J**. [0,5pt]

2- Démontrer que : $-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA} = 12\overrightarrow{KL}$ [0,5pt]

3- Démontrer que : $\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = 4\|\overrightarrow{MJ}\|^2 + KL^2$ [1pt]

4- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Σ). [0,5pt]

EXERCICE 5 **[4pts]**

On considère les fonctions numériques **f** et **g** à variable réelle **x** définie par : $f(x) = -x^3 + 3x^2$ et

$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$. (**a; b; c**) $\in \mathbb{R}^3$

Dans le plan rapporté au moins repère orthonormé (**O, i, j**). (**Cf**) est la courbe de **f** et (**Cg**) et celle de **g**.

1- Résoudre dans $\mathbb{R}^3$: $\begin{cases} x + y + z = -4 \\ 27x + 9y + 3z = 0 \\ 27x + 6y + z = 0 \end{cases}$ [1,5pt]

- 2- Déterminer les **a ; b et c** sachant que **(Cg)** coupe l'axe des abscisses au point d'abscisses **1** et admet au point **S (3 ; 4)** une tangente parallèle à l'axe des abscisses. [0,5pt]
- 3- Dresser le tableau de variations de **f** et tracer avec soin la courbe de **f**. [1,5pt]
- 4- Vérifier que : **g(x) = f(x - 1)** et représenter alors **(Cg)** dans le même repère que **(Cf)** [0,5pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

6pts

MAXWELL propriétaire d'une entreprise qui fabrique entre **10** et **200** voitures par mois. Le cout de fabrication de x voiture exprimer en dizaine de milliers de francs est modélisé par la fonction **C(x)** définie pour tout réels $x \in [10 ; 200]$ par : **C(x) = $\frac{1001x^2 - 2000x + 6400}{x}$** . Chaque voiture fabriquée est vendue au prix de **1000** millier de francs FCFA.

MAXWELL Souhaite sécuriser le parking de son entreprise en clôturant avec un grillage métallique dont le mètre coûte **6800** FCFA. **M.IMRANE** a été sollicité pour réaliser ce travail et il estime que cette piste construite dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral **ABC** de côté **10m** est

l'espace coince entre le lieu des points du plan tels que :
$$\begin{cases} \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 48 \\ \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 600 \end{cases}$$

Trois dames partent au marché de Ngong Mme **MOUNIRA** ; Mme **IMRANE** et Mme **KATTRYN**. Les trois dames achètent trois variété de fruits différents, sachant que le prix unitaire de chaque fruit de chaque type est le même, l'achat de chaque dame est comme l'indique ci-dessous :

	Ananas	mangues	bananes	Somme
★ Mme MOUNIRA	10	2	8	1400 FCFA
★ Mme IMRANE	4	4	6	900 FCFA
★ Mme KATTRYN	2	10	10	?

Tâche1 : Quel est le bénéfice maximal dégagé et la recette en un mois ?

[2pts]

Tâche2 : Quel est le budget nécessaire pour la réalisation du piste ?

[2pts]

Tâche3 : Déterminer combien Mme **KATTRYN** Pourrat- elle payé

[1,5pt]

Correction

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (14pts)

EXERCICE 1:

2,5pts

On a : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$\star a - b = \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} + \sqrt{2} \tan \alpha - \frac{\sqrt{2}}{\cos \alpha} - \sqrt{3} \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\cos \alpha} + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \tan \alpha = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right)$$

$$\star a + b = \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} + \sqrt{2} \tan \alpha + \frac{\sqrt{2}}{\cos \alpha} + \sqrt{3} \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\cos \alpha} + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \tan \alpha = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right)$$

$$\star (a - b)(a + b) = \left[(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right) \right] \left[(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right) \right]$$

$$a^2 - b^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \tan \alpha \right) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \left(\left(\frac{1}{\cos \alpha} \right)^2 - \tan^2 \alpha \right)$$

$$a^2 - b^2 = (3 - 2) \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tan^2 \alpha \right) = (3 - 2)(1 + \tan^2 \alpha - \tan^2 \alpha) = 1 \times 1 = 1 \rightarrow \text{réponse a}$$

$$f(x) = 4 \left| x - \frac{3}{4} \right| = |4x - 3| = \sqrt{(4x - 3)^2} = \sqrt{16x^2 - 24x + 9} \rightarrow \text{réponse a}$$

Question	1	2	3
Réponse	d	a	a

EXERCICE 2

[3pts]

On lance deux fois un dé non truqué a six faces portant chacune (de façon distincte), un des nombres : $\left\{ -\frac{17}{3}; -2; -1; 0; 1; 2 \right\}$.
On désigne par **a** le résultat du premier lance lancé et par **b** celui du deuxième lancé.

On forme alors la fonction numérique **f** à variableu réelle , définie par : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 4}{2x - 3}$

1- Combien telles fonctions peut-on former au total ? $N = 6^1 \times 6^1 = 6 \times 6 = 36$ fonctions

2- Combien de telles fonctions sont-elles des fonctions homographiques ?

➤ Une fonction homographique est de la forme $\frac{Ax+B}{Cx+D}$

➤ Pour que $f(x) = \frac{ax^2+bx+4}{2x-3}$ soit homographique, le terme en x^2 doit être nul, donc $a=0$

Or, a est un des résultats du dé, donc $a=0$ est possible (car 0 est dans la liste)

➤ Si $a=0$, alors $f(x) = \frac{bx+4}{2x-3}$ ce qui est homographique

➤ b peut prendre 6 valeurs, donc il y a $N = 6^0 \times 6^1 = 6$ fonctions homographiques

3- Déterminer le domaine de définition de f .

Le dénominateur est $2x-3$; Il faut que $2x-3 \neq 0$, donc : $x \neq \frac{3}{2}$.

4- Déterminer le couple $(a; b)$ pour que lequel $f(x) = x - \frac{4}{3}$ pour $x \neq \frac{3}{2}$. [1pt]

$$\frac{ax^2 + bx + 4}{2x - 3} = x - \frac{4}{3} \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = (2x - 3) \left(x - \frac{4}{3} \right) \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = 2x^2 - 3x - \frac{8}{3}x + 4$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + 4 = 2x^2 - 3x - \frac{8}{3}x + 4 \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = 2x^2 - \left(3 + \frac{8}{3} \right)x + 4$$

Par identification : $a=2$; $b=-3-\frac{8}{3}=-\frac{17}{3}$ donc $(a; b) = \left(2; -\frac{17}{3} \right)$

EXERCICE 3

[3pts]

On considère l'expression $P(x)$ suivante : $P(x) = \cos 4x - 5 \cos 2x + 2$, dans laquelle $x \in]-\pi; \pi]$.

1- Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $2z^2 - 5z + 2 = 0$. $\Delta = (-5)^2 - 4(2)(4) = 25 - 16 = 9$. $\sqrt{\Delta} = 3$

$$z_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad z_2 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2 \quad S = \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$$

1- Montrons que : $P(x) = 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 1$.

$$\cos 4x = \cos 2(2x) = 2 \cos^2 2x - 1 \quad \text{car} \quad \cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$

$$P(x) = (2 \cos^2 2x - 1) - 5 \cos 2x + 2 = 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 2 - 1; \text{ d'où } P(x) = 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 1$$

2- Résolvons alors dans $]\pi; \pi]$, l'équation $P(x) = -1$

[1pt]

$$\text{Posons } y = \cos 2x, \text{ alors : } P(x) = -1 \Leftrightarrow P(x) = 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 2 = 0 \quad \text{donc } 2y^2 - 5y + 2 = 0 \quad \text{d'après la}$$

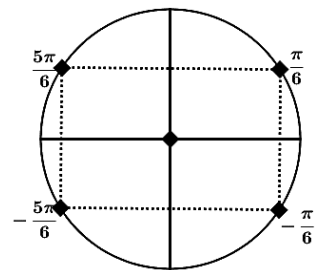
$$\text{question précédente } y_1 = 2 \quad y_2 = \frac{1}{2}$$

Comme $\cos 2x$ ne peut pas être 2, on garde $y = \frac{1}{2}$

$$\text{Résolvons } \cos 2x = \frac{1}{2} \text{ dans }]-\pi; \pi]. \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\text{ou } x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad S_{]-\pi; \pi]} = \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}$$

3- Placer les solutions sur le cercle trigonométrique.



EXERCICE 4

[2,5pt]

Soient KOLA est un rectangle de centre J de longueur KO=8 et de largeur OL=6. Soit (Σ) ensemble des

points M du plan (KOL) tels que: $\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = \|-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA}\|$

1- Construire le triangle KOL et le point J.

2- Démontrons que : $-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA} = 12\overrightarrow{KL}$

$$-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA} = 24\overrightarrow{MK} + 12(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KO}) + 12(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA})$$

$$= -24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{KO} + 12\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{KA} = -24\overrightarrow{MK} - 24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{KO} + 12\overrightarrow{KA}$$

$$= 12(\overrightarrow{KO} + \overrightarrow{KA}) = 12\overrightarrow{KL} \quad \text{car} \quad \overrightarrow{KA} = \overrightarrow{OL}$$

3- Démontrons que : $\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = 4\|\overrightarrow{MJ}\|^2 + KL^2$

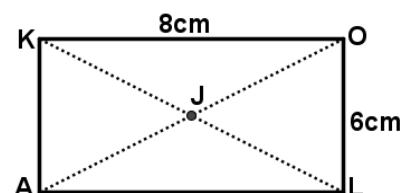
$$\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 \quad J \text{ est le milieu de } [KL]$$

J est le milieu de [OA]

$$\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = MK^2 + MO^2 + ML^2 + MA^2$$

$$= (\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JK})^2 + (\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JO})^2 + (\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JL})^2 + (\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JA})^2$$

$$= MJ^2 + \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JK} + JK^2 + MJ^2 + \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JO} + JO^2 + MJ^2 + \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JL} + JL^2 + MJ^2 + \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JA} + JA^2$$



$$= 4MJ^2 + \underbrace{\overrightarrow{MJ} \cdot (\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{JL})}_0 + \underbrace{\overrightarrow{MJ} \cdot (\overrightarrow{JO} + \overrightarrow{JA})}_0 + KJ^2 + JL^2 + JO^2 + JA^2$$

$$= 4MJ^2 + \underbrace{\overrightarrow{MJ} \cdot (\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{JL})}_0 + \underbrace{\overrightarrow{MJ} \cdot (\overrightarrow{JO} + \overrightarrow{JA})}_0 + KJ^2 + JL^2 + JO^2 + JA^2 \quad \text{Or } KJ^2 = JL^2 = JO^2 = JA^2$$

Donc $\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = 4MJ^2 + 4KJ^2 = 4\|\overrightarrow{MJ}\|^2 + KL^2$ car $KL = 2 \times KJ$

4- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Σ) .

[0,5pt]

$$\|\overrightarrow{MK}\|^2 + \|\overrightarrow{MO}\|^2 + \|\overrightarrow{ML}\|^2 + \|\overrightarrow{MA}\|^2 = \|-24\overrightarrow{MK} + 12\overrightarrow{MO} + 12\overrightarrow{MA}\| \Leftrightarrow 4\|\overrightarrow{MJ}\|^2 + KL^2 = 12\|\overrightarrow{KL}\|^2$$

$$\Leftrightarrow 4\|\overrightarrow{MO}\|^2 = 12\|\overrightarrow{KL}\|^2 - KL^2; \text{ or } KL^2 = AK^2 + AL^2 = 100 = 10^2 \quad \text{donc } KL = 10$$

$$\Leftrightarrow 4\|\overrightarrow{MO}\|^2 = 12 \times 10 - 10^2 = 20 \Leftrightarrow MJ^2 = 5, \text{ Donc } MJ = \sqrt{5}$$

L'ensemble est un cercle de centre J et de rayon $R = \sqrt{5}$

EXERCICE 5

[4pts]

On considère les fonctions numériques f et g à variable réelle définie par les expressions

$$f(x) = -x^2 + 3x \text{ et } g(ax^3 + bx^2 + cx + 4) \text{ à } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels donnés.}$$

Le plan est rapporté au repère orthonormé $O, \vec{i}, \vec{j}$. (C_f) est la courbe de f et (C_g) celle de g .

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$, le système d'inconnue (X, Y, Z) suivant :

$$\begin{cases} 27X + 9Y + 3Z = 0 & (E_1) \\ X + Y + Z = -4 & (E_2) \\ 27X + 6Y + Z = 0 & (E_3) \end{cases}$$

Fixons (E_1) comme pivot

En faisant $(E_1) - 27 \times (E_2)$ on a : $-18Y - 24Z = 108 \Leftrightarrow -3Y - 4Z = 18(E'_2)$

En faisant $(E_1) - 27 \times (E_3)$ on a : $-18Y - 24Z = 108 \Leftrightarrow -3Y - 4Z = 18(E'_2)$

En faisant $(E_1) - (E_3)$ on a : $3Y + 2Z = 0(E'_3)$

Eliminons Y par combinaison de (E'_2) et (E'_3) $\begin{cases} -3Y - 4Z = 18 \\ 3Y + 2Z = 0 \end{cases} \Rightarrow -2Z = 18 \Leftrightarrow Z = -9$

On obtient ainsi le système triangulaire suivant :

$$\begin{cases} 27X + 9Y + 3Z = 0 & (E_1) \\ -3Y - 4Z = 18 & (E'_2) \\ Z = -9 & (E''_3) \end{cases} \quad ; (E'_2) \Leftrightarrow -3Y - 4(-9) = 18 \Leftrightarrow -3Y = 18 - 36$$

$$\Leftrightarrow -3Y = -18 \Leftrightarrow Y = 6$$

$$(E_1) \Leftrightarrow 27X + 9(6) + 3(-9) = 0 \Leftrightarrow 27X + 54 - 27 = 0 \Leftrightarrow 27X + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow 27X = -27 \Leftrightarrow X = -1$$

D'où $S_{\mathbb{R}^3} = \{(-1; 6; -9)\}$

2) Déterminons les réels a, b et c sachant que (C_g) coupe l'axe $(O; \vec{i})$ au point d'abscisse 1 et admet au point $S(3; 4)$ une tangente parallèle à l'axe $(O; \vec{i})$.

On a : $A(1; 0) \in (C_g) \Leftrightarrow g(1) = 0 \Leftrightarrow a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + 4 = 0 \Leftrightarrow a + b + c = -4$

(C_g) admet au point $S(3; 4)$ une tangente parallèle à l'axe $(O; \vec{i}) \Rightarrow g(3) = 4$ et $g'(3) = 0$

$$g(3) = 4 \Leftrightarrow a(3)^3 + b(3)^2 + c(3) + 4 = 4 \Leftrightarrow 27a + 9b + 3c + 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow 27a + 9b + 3c = 0$$

$$\Leftrightarrow 27a + 9b + 3c = 0$$

g est dérivable sur $\mathbb{R}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$g'(3) = 0 \Leftrightarrow 3a(3)^2 + 2b(3) + c = 0 \Leftrightarrow 27a + 6b + c = 0$$

D'où les réels a, b et c vérifient le système : $\begin{cases} 27a + 9b + 3c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases}$

La question 1) fournit alors : $a = -1; b = 6$ et $c = -9$ Donc $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

3) Dressons le tableau de variation de f et traçons avec soin la courbe (C_f) .

✓ Ensemble de définition

f est une fonction polynôme ; donc $D_f =]-\infty; +\infty[$

✓ Limites aux bornes de D_f

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

✓ Dérivée

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = -3x^2 + 6x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow -3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow -3x = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2$$

$$f(0) = -(0)^3 + 3(0)^2 = 0 \text{ et } f(2) = -(2)^3 + 3(2)^2 = -8 + 12 = 4$$

On déduit donc le tableau suivant :

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	0		4	$-\infty$

Points d'intersection de (C_f) avec l'axe $(O; \vec{i})$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow$

$$x^2(-x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \text{ ou } -x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3$$

D'où (C_f) coupe l'axe $(O; \vec{i})$ aux points $O(0; 0)$ et $B(3; 0)$

4) Vérifions que $g(x) = f(x - 1)$ puis représentons la courbe (C_g) .

$$\text{On a : } f(x - 1) = -(x - 1)^3 + 3(x - 1)^2 = -(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 3(x^2 - 2x + 1)$$

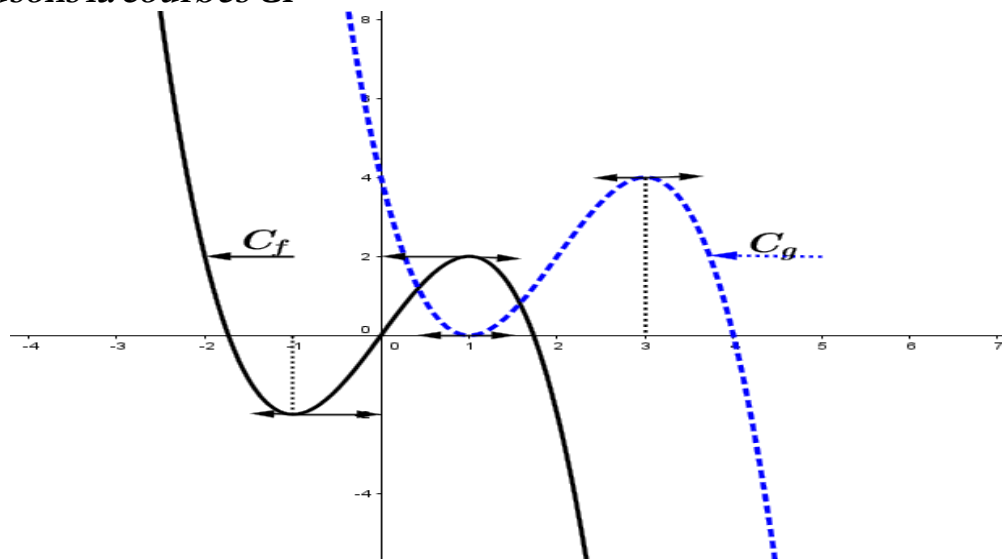
$$= -x^3 + 3x^2 - 3x + 1 + 3x^2 - 6x + 3$$

$$= -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$$

$$\text{D'où } g(x) = f(x - 1)$$

(C_g) est l'image de (C_f) par la translation de vecteur $\vec{u}(1; 0)$

5. Construisons la courbe C_f



PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

6pts

Tâche 1 : Déterminons le bénéfice maximal dégagé et la recette en un mois ?

$$B(x) = 1000x - C(x) = 1000x - \frac{1001x^2 - 2000x + 6400}{x} = \frac{1000x^2 - 2000x + 6400}{x} = -x + 2000 - \frac{6400}{x}$$

Trouvons le maximum de $B(x)$ sur $[10, 200]$ en dérivant : $B'(x)$

$$B'(x) = -1 + \frac{6400}{x^2}; \quad B'(x) = 0 \Rightarrow -1 + \frac{6400}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 6400 \Rightarrow x = 80$$

x	10	80	200
$B(x)$	+	○	-
$B'(x)$	1350	1840	1768

☆ **Bénéfice Maximal:** $B(80) = 1840$ 000 FCFA

☆ **Recettes :** $R(80) = 1000 \times 80 = 80$ 000 FCFA

Tâche 2 : Quel est le budget nécessaire pour la réalisation du piste ?

Soit G le centre de gravité du triangle et K milieu du segment AB

$$\star \text{ Déterminons : } \begin{cases} \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 48 \\ \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \|\vec{MG} + \vec{GB} + \vec{MG} + \vec{GB} + \vec{MG} + \vec{GC}\| = 48 \\ (\vec{MK} + \vec{KB})(\vec{MK} + \vec{KB}) = 600 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \|3\overrightarrow{MG}\| = 48 \\ MK^2 - \frac{AB^2}{4} = 600 + \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \|3\overrightarrow{MG}\| = 48 \\ MK^2 = 600 + \frac{AB^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MG = \frac{48}{3} \\ MK^2 = 600 + \frac{100}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MG = \frac{48}{3} = 16 \\ MK^2 = 600 + 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MG = 16 \\ MK^2 = 625 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MG = 16 \\ MK = 25 \end{cases}$$

☆ **L'ensemble est les réunions de deux cercles de centre et rayon respectifs.** (G ; R₁=16m) et (K ; R₂=25m)

☆ **Longueur du grillage** L = P₁ + P₂ = 2 × 3,14 × 16 + 2 × 3,14 × 25 = 800,48m

☆ **Budget** B = 800,48 × 68 008 = 5 443 264 FCFA

Tâche 3 : Déterminons combien Mme KATRYN Pourrat-elle payé

✓ Mise en équations

☆ Mme MOUNIRA : $10x + 2y + 8z = 14\ 00$

☆ Mme IMRANE : $4x + 4y + 6z = 9\ 00$

☆ Mme KATRYN $2x + 10y + 10z = ?$ $\begin{cases} 10x + 2y + 8z = 14\ 00 & (E_1) \\ 4x + 4y + 6z = 9\ 00 & (E_2) \\ 2x + 10y + 10z = P & (E_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y + 4z = 700 & (E_1) \\ 4x + 4y + 6z = 450 & (E_2) \\ 2x + 10y + 10z = P & (E_3) \end{cases}$

✓ Résolution du système équations

Méthode 1

$$(E_1) - 5(E_3) = -9y - 6z = 700 - 5P \rightarrow (E_4) ; (E_2) - 2(E_3) = -8y - 7z = 450 - 2P \rightarrow (E_5)$$

$$\begin{cases} -9y - 6z = 700 - 5P \\ (-8y - 7z = 450 - 2P) \times (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} -9y - 6z = 700 - 5P \\ 24y + 21z = -1350 + 6P \\ \hline 0 = 700 - P - 1350 + 6 \end{array} \Rightarrow P = -700 + 1350 = 650$$

Méthode 2

En admettant la dernière équation est la combinaison des deux première équations il existe deux réels a et b tels

$$\text{que : } (E_3) = a(E_1) + (E_2) \Rightarrow 2x + 10y + 10z = a(10x + 2y + 8z) + b(4x + 4y + 6z) \Rightarrow \begin{cases} 5a + 4b = 2 \\ 2a + 4b = 10 \\ 4a + 6b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \text{ Donc } P = 700(-1) + 450(3) = 650$$

Mme KATRYN pourra payer au total 650 FCFA