



EXERCICE 1

On considère dans l'ensemble des nombres complexes le polynôme défini par :

$$t(z) = z^3 - 2z^2 - iz + 3 - i$$

- Déterminer les racines carrées de $z = -3 + 4i$
- Montrer que t admet une racine réelle.
- Déterminer les réels a et b tels que $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A ; B et C d'afixes respectives : $Z_A = 1 - i$; $Z_B = 2 + i$; $Z_C = -1$ et

$$A; 1$$

$$G = \left(\frac{1}{2} (Z_B + Z_C) \right)$$

- a) Déterminer l'afixe Z_G du point G

- b) Calculer $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2 :

Le tableau ci-dessous donne, pour six années, le montant x des frais de publicité d'une entreprise et y son chiffre d'affaires, exprimés en millions de francs CFA

x_i	5.8	4	6.4	4.6	5.2	7
y_i	128	102	138	116	118	142

- Représenter le nuage des points $M_i (x_i, y_i)$ de cette série statistique dans un repère orthogonal du plan (on prendra : 2cm pour 1 million de francs CFA en abscisses et 1cm pour 10 millions de francs CFA en ordonnées)
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette de cette série statistique.
 - Le résultat à la question précédente permet-il d'envisager un ajustement linéaire ?
- Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (pour les coefficients de cette droite, prendre les arrondis d'ordre 2)
- Donner une estimation du budget à prévoir si l'entreprise désire réaliser un chiffre d'affaires de 200 millions de francs CFA.

PROBLÈME

Ce problème comporte trois parties indépendantes.

Partie A

On donne $Z = \frac{z-2+i}{z+4-i}$ avec $z \neq -4+i$. Montrer que l'ensemble des points $M(z)$ tel que Z soit imaginaire pur est une partie d'une conique dont on déterminera la nature et les éléments caractéristiques.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 1cm en abscisses et 1cm en ordonnées.

On désigne par f et g les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x - 1 + x e^{-x}$ et $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x}$. (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1a) Étudier les variations de g et en déduire que pour tout réel $x, g(x) \geq \frac{e^2 - 1}{e^2}$

1b) Déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.

2) Déterminer les limites de f aux bornes de son D_f .

3a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$.

3b) Étudier la position de (C_f) par rapport à la droite la droite (D) .

4) Calculer la limite en $-\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$. Que peut-on déduire ?

5) Calculer f' et dresser le tableau de variation de f .

6) Justifier que $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0,6; 0,7[$.

7) Construire la courbe (C_f) .

8) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -(x+1)e^{-x}$

a) Donner la dérivée première de la fonction h .

b) En déduire la primitive de la fonction f qui prend la valeur 2 en 0.

Partie C

Soit (U_n) la suite à termes positifs définie par $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n} \end{cases}$ pour tout entier naturel et (V_n) la suite définie par $V_n = \ln U_n$

1) Montrer que la suite (V_n) est géométrique on précisera sa raison et son premier terme.

2) Écrire V_n en fonction de n et montrer que (V_n) est décroissante

3) En constatant que $u_n = e^{v_n}$, déduire que la suite (U_n) est décroissante et donner sa limite