

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1(5points)

I/ On considère dans $\mathbb{R}$ les équations (E): $\cos 3x - \frac{1}{2} = 0$ et (E'): $4x^3 - 3x - \frac{1}{2} = 0$

1. Résoudre dans $[0; \pi]$ l'équation (E). 0,75pt
 2. On suppose que l'équation (E') admet 3 solutions a, b et c ; sans calculer ces solutions, déterminer $a + b + c$ et abc . 0,75pt
 3. Démontrer que pour tout réel x , on a : $\cos 3x = 4(\cos x)^3 - 3\cos x$ 0,75pt
 4. Déduire toutes les solutions de l'équation (E'). 0,75pt
 5. Justifier que $\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} = 0$ et $\cos \frac{\pi}{9} \times \cos \frac{5\pi}{9} \times \cos \frac{7\pi}{9} = \frac{1}{8}$ 0,5pt
- II/ Combien de façons peut-on ranger 7 livres dans 5 box distincts dans les cas suivants :
- a. Un box peut contenir tous les livres. 0,5pt
 - b. Chaque box contient au moins 1 livre. 0,5pt
 - c. Deux box exactement ne contiennent aucun livre. 0,5pt

Exercice 2 (5 points)

Soient a et b deux nombres réels et f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = ax + b + \frac{1}{2-x}$$

C_f est sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; I ; J)

- 1- Sachant que $f(3) = 0$ et $f'(1) = 2$, montrer que $a = 1$ et $b = -2$. 1pt
- 2- Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. 1pt
- 3- Montrer que sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{(2-x)^2}$. 0,5pt
- 4- Dresser le tableau des variations de f . 0,75pt
- 5- Montrer que le point $A(2 ; 0)$ est centre de symétrie à C_f . 0,75pt
- 6- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(|x|)$.
 - a) Déterminer le domaine de définition de g , puis étudier sa parité. 0,5pt
 - b) Comparer $g(x)$ et $f(x)$ pour $x \geq 0$. 0,25pt
 - c) En déduire le programme de construction de la courbe C_g de la fonction g à partir de C_f . 0,25pt

Exercice 3 (5 points)

Dans le plan orienté on donne le carré $ABCD$ direct de centre O tel que

$AB = 4$ cm. I, J, K et L sont les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1. Ecrire A comme barycentre des points B, C et D . 0,5pt
2. On note G le barycentre des points pondérés $(A; 1), (D; 2), (C; 1)$. Justifier que G est le milieu de $[KL]$, puis construire le point G . 1pt
3. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (C) des Points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 26$ 0,75pt

4. On considère l'ensemble (C') des points M du plan tels que $\text{Mes}(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{4}$
- a) Déterminer deux points de (C') . 0,5pt
- b) Déterminer et construire (C') . 0,75pt
5. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ et r la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
- a) Déterminer l'image du point D par $h \circ r$. 0,5pt
- b) Déterminer la droite (Δ) tel que $r = s_{\Delta} \circ s_{(AL)}$. 0,5pt
- 6- Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $s_{(LK)} \circ s_{(IJ)}$. 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Situation

I- Paul a un champ situé à 20 km de son domicile. Il s'y rend généralement à bord de son véhicule. Son ouvrier qui l'accompagne lui fait savoir que s'il augmente sa vitesse moyenne de 10 km/h, Ils arriveraient 6 mn plus tôt.

Tâche 1 : Quel temps mettrait Paul pour parcourir la distance de sa maison à son champ s'il suit les conseils de son ouvrier ? 1,5pt

II- Il a construit une case de passage dans ce champ. Ce champ est délimité sur un coté par une rivière dont la trajectoire est rectiligne. Un ingénieur a établi que dans un repère orthonormé d'unité 1m, la case est repérée par le point $A(15; -12)$ et la trajectoire de la rivière par l'équation $y = \frac{3}{4}x + \frac{27}{4}$. Son ouvrier doit remplir un fût de 100l placé à l'intérieur de la case pour leurs besoins ; pour cela il doit utiliser un bidon, faire plusieurs tours à la rivière, en puisant la même quantité à chaque tour, et en empruntant le plus court chemin possible. Il compte parcourir exactement 240 m pour remplir ce fût.

Tâche 2 : Quel est le volume minimal du bidon utilisé par l'ouvrier ? 1,5pt

III- Il compte aménager dans ce champ un petit espace de forme rectangulaire d'aire 200 m² pour la semence du piment et entourer les deux largeurs et une longueur par deux lignes de fil d'attache (l'autre longueur pour planter les arbres). Il souhaite choisir les dimensions de cet espace pour que la longueur du fil soit la plus petite possible.

Tâche 3 : Quelle longueur minimale de fil doit prévoir Paul pour entourer son petit espace ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt