

ÉPREUVE HARMONISÉE RÉGIONALE DE MATHÉMATIQUES FÉVRIER 2026

Examen : Probatoire F Série : F4-BADurée : 2heures Coef : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

EXERCICE 1 (5,75pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; i ; j)$.

1-) Déterminer les nombres complexes z tels que $(z + 2 - 2i)((1 + i)z - 6i) = 0$.

On donnera les résultats sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. 2pts

2-) A et B sont deux points d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i$ et $z_B = 3 + 3i$

a-) Placer les points A et B dans le repère $(O ; i ; j)$. 0,75pt

b-) Démontrer que $AB^2 = 26$ et donner l'affixe z_Ω du milieu Ω du segment $[AB]$. 1pt

3-) Soit (Σ) , l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 26$.

a-) Démontrer que le point $O \in (\Sigma)$. 0,75pt

b-) Déterminer par ses éléments caractéristiques, (Σ) et le construire. 1,25pt

EXERCICE 2 (5,25pts)

I-1) Montrer que $(4 + \sqrt{3})^2 = 19 + 8\sqrt{3}$. 0,25pt

2-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): 2t^2 + (\sqrt{3} - 4)t - 2\sqrt{3} = 0$. 1pt

3-) On suppose que les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E) sont 2 et $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ en déduire les

solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $(E'): 2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} = 0$. 1pt

4-) Placer les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique (on prendra 3cm pour rayon). 0,75pt

5-) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} \geq 0$. 1pt

II-a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$. 0,5pt

b-) En remarquant que $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$, démontrer que $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. 0,75pt

PROBLEME (9pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-6\}$ par $f(x) = \frac{-x^2 + 12x + 60}{x+6}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f . 1pt

2-) Déterminer les réels a, b , et c tels que pour tout réel x différent de -6 , on ait

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+6}.$$

1pt

- | | |
|--|------|
| 3-) En déduire les équations des deux asymptotes à la courbe (C_f) . | 1pt |
| 4-) Montrer que le point $K(-6 ; 24)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) . | 1pt |
| 5-) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. | 2pts |
| 6-) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2. | 1pt |
| 7-) Construire (C_f) , (T) et ses asymptotes dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. | 2pts |