



ÉPREUVE HARMONISÉE RÉGIONALE DE MATHÉMATIQUES FÉVRIER 2026

Examen : Probatoire F Série : F1, F2, Durée : 2heures Coef : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages

EXERCICE 1 (5,75pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; I ; J)$

1-) Déterminer les nombres complexes z tels que $(z + 2 - 2i)((1 + i)z - 6i) = 0$.

On donnera les résultats sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. **2pts**

2-) A et B sont deux points d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i$ et $z_B = 3 + 3i$

a-) Placer les points A et B dans le repère $(O ; I ; J)$.

0,75pt

b-) Démontrer que $AB^2 = 26$ et donner l'abscisse Ω du milieu Ω du segment $[AB]$.

1pt

3-) Soit (Σ) , l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 26$

a-) Démontrer que le point $O \in (\Sigma)$.

0,75pt

b-) Déterminer par ses éléments caractéristiques, (Σ) et le construire.

1,25pt

EXERCICE 2 (5,25pts)

I-1) Montrer que $(4 + \sqrt{3})^2 = 19 + 8\sqrt{3}$.

0,25pt

2-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): 2t^2 + (\sqrt{3} - 4)t - 2\sqrt{3} = 0$.

1pt

3-) On suppose que les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E) sont 2 et $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ en déduire les

solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $(E'): 2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} = 0$.

1pt

4-) Placer les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique (on prendra 3cm pour rayon).

0,75pt

5-) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} \geq 0$.

1pt

II-a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$.

0,5pt

b-) En remarquant que $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$, démontrer que $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

0,75pt

PROBLEME : 9pts

Dans le repère ci-suivant, on a représenté la courbe (C_g) d'une fonction g et la droite (D) qui représente une fonction affine f .

1-) Déterminer graphiquement l'ensemble de définition de la fonction g .

0,5pt

2-) Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles on a :

a. $g(x) = 0$ b. $g(x) - f(x) \leq 0$

1,25pt

3-) Montrer que l'expression de la fonction affine f représentée par la droite (D) est donnée par $f(x) = 3x$.

0,75pt

5-) On suppose que $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ où a, b et c sont des nombres réels. Sachant que la courbe

(C_g) passe par les points $A\left(-\frac{2}{6}\right)$, $B\left(-\frac{1}{0}\right)$ et $C\left(\frac{1}{\frac{3}{8}}\right)$.

a-) Montrer que le triplet $(a; b; c)$ vérifie le système

$$(S) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y + 4z = -3 \\ 4x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

1pt

b-) Déterminer alors le triplet $(a; b; c)$.

1,5pt

6-) Soit p la fonction d'une variable réelle définie sur

$$D_p = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \text{ par : } p(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$$

a-) Déterminer les limites de p aux bornes de son ensemble de définition D_p et en déduire les asymptotes à la courbe représentative P notée (C_p) .

2pts

1pt

b-) Montrer que $\forall x \in D_p, p'(x) = \frac{-6x}{(x^2 - 1)^2}$.

1pt

c-) Dresser le tableau de variations de p .

