

REGION DE L'EXTREME - NORD	DELEGATION DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES	
EVALUATION HARMONISEE REGIONALE	SESSION : FEVRIER 2026	
CLASSE : 11e C	SERIE/SPECIALITE : C	
EPREUVE : MATHÉMATIQUES	DUREE : 4 H	COEFFICIENT : 7

Partie A : Evaluation des compétences (15 points)

Exercice 1 : 3 points

On considère par P un nombre entier premier supérieur ou égal à 7. Le but de l'exercice est de démontrer que l'entier naturel $n = P^4 - 1$ est divisible par 240, puis d'appliquer ce résultat.

- 1) a) Lister les restes possibles de la division euclidienne de P par 3. 0,25pt
b) Montrer que $P \equiv 1[3]$ ou $P \equiv -1[3]$. 0,25pt
c) En déduire que n est divisible par 3. 0,25pt
- 2) a) Justifier qu'il existe un entier naturel k tel que $P^2 - 1 = 4k(k + 1)$ et que n est divisible par 16. 0,5pt
b) Démontrer que 5 divise n . 0,75pt
c) Déduire de ce qui précède que 240 divise n . On remarquera que $240 = 3 \times 16 \times 5$. 0,5pt
d) Existe-t-il quinze nombres premiers $P_1, P_2, \dots, P_{15}$ supérieurs ou égaux à 7 tels que l'entier $A = P_1^4 + P_2^4 + \dots + P_{15}^4$ soit un nombre premier ? 0,5pt

Exercice 2 : 4,25 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique : 4 cm. On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 1$ et $b = 2$. On désigne par M le point d'affixe $w = 1 + e^{2i\theta}$ avec $\theta \in]0; \pi[$.

- 1) Montrer que le point M appartient au cercle (C) de centre A et de rayon 1. 0,25pt
- 2) Exprimer la mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM})$ en fonction de θ . 0,25pt
- 3) En déduire l'ensemble (E) des points M quand θ décrit l'intervalle $]0; \pi[$. 0,25pt
- 4) On appelle M' l'image de M par la rotation de centre O et d'angle -2θ , et on note z' l'affixe de M' . Montrer que $z' = \bar{w}$; puis que M' appartient à (C) . 0,5pt
- 5) Dans la suite, on choisit $\theta = \frac{\pi}{3}$. On appelle r la rotation de centre O et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et A' l'image de A par r . 0,25pt
a) Déterminer l'image (C') du cercle (C) par r . 0,5pt
b) Construire (C) et (C') puis placer les points M et M' image de M par r . 0,5pt
c) Montrer que le triangle AOM est équilatéral. 0,5pt
d) Montrer que (C) et (C') se coupent en O et M' . 0,5pt
e) Soit P le symétrique de M par rapport à A . Montrer que M' est le milieu de $[A'P]$. 0,5pt
- 6) On considère la similitude directe g qui transforme M en M' et P en A' . Déterminer les éléments caractéristiques de g . 0,75pt

Exercice 3 : 4 points

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 2 + \ln(\sqrt{x})$.

- 1) On considère la fonction g définie dans l'intervalle $[2; 3]$ par $g(x) = x - f(x)$. 0,5pt
a) Dresser le tableau de variation de g . 0,5pt
b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [1; 2]$. 0,5pt
- 2) Démontrer que $f([1; 2]) \subset [1; 2]$. 0,5pt
- 3) Montrer que pour tout $x \in [1; 2]$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$. 0,5pt
- 4) On considère la suite (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. 0,5pt
a) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq u_n \leq 2$. 0,5pt

- b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$. 0,5pt
- c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$. 0,5pt
- d) En déduire que (u_n) converge et déterminer sa limite β . 0,25pt
- e) Déterminer un entier naturel n_0 tel que u_{n_0} soit une valeur approchée de β à 0,125 près. 0,25pt

Exercice 4 : 3,75 points

- I. L'unité de longueur est le centimètre. L'espace est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(1; 2; 0)$; $B(0; 6; 2)$; $C(-1; 0; -6)$; $D(4; 0; -2)$. 0,5pt
- 1) Montrer que les points A, B et C sont non alignés. 0,5pt
 - 2) Déterminer alors une équation cartésienne du plan (ABC) . 0,25pt
 - 3) Déterminer la distance du point D au plan (ABC) . 0,25pt
 - 4) On désigne par L, J, K les centres de gravité respectifs des faces BDC, ACD et ADB. 0,75pt
 - a) Déterminer les coordonnées des points L, J et K. 0,5pt
 - b) Démontrer que les plans (ABC) et (LJK) sont parallèles. 0,5pt
- II. Soit E un espace vectoriel et $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe de E. Soient $\vec{a}$ et $\vec{n}$ deux vecteurs de E tels que : $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{n} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ et f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ de E, associe le vecteur $f(\vec{u})$ défini par : $f(\vec{u}) = (\vec{a} \wedge \vec{u}) \wedge \vec{n}$. 0,5pt
- 1) Déterminer sa matrice M dans la base B. 0,5pt
 - 2) Montrer que $\text{Ker}(f)$ est une droite vectorielle dont on donnera une base $\vec{e}_1$. 0,5pt
 - 3) Montrer que $\text{Im}(f)$ est un plan vectoriel dont on donnera une base $(\vec{e}_2; \vec{e}_3)$. 0,5pt

Partie B : Evaluation des compétences : 5 points

M. Amadou est un agriculteur. Il se trouve dans une ville M et doit livrer à 10h00 les carottes à un client se trouvant dans la ville R. Il regarde sa montre et constate qu'il est 9h17min. Dans le souci d'arriver à temps chez son client, il utilise le GPS de son Smartphone pour faire une recherche sur les différentes pistes à emprunter et enregistre dans le tableau ci-contre les distances en km. Pour éviter les accidents, il décide de rouler à une vitesse moyenne de 40km/h

Villes	R	A	C	U	H	M
R		9		12		
A	9		5	7		
C		5		9	8	14
U	12	7	9		11	
H			8	11		7
M			14		7	

Pour augmenter ses revenus, il décide de garder chaque semaine 100000F dans une réunion qui lui produit chaque nième semaine un intérêt $I(n) = 100000 \times 0.4^n + \ln(100000 \times n)$. Il souhaite utiliser ses intérêts produits à la réunion en un an pour acheter un appareil photos numérique qui coûte 160000F afin de numériser ses œuvres pour les vendre en ligne.

Fadimatou est une amie de Amadou. Elle est infirmière et aimerait étudier la tension artérielle des clients de Amadou afin de leur prodiguer des conseils lors de ses campagnes de sensibilisation. En trois jours, elle a recueilli les informations ci-dessous. Elle se rend compte que dans ses papiers qu'elle a enregistré un client au nom de Paul âgé de 70 ans et a oublié de prendre sa tension artérielle.

Age X	36	42	48	54	60	69	70
Tension Y	11,8	14	12,6	15	15,5	15.1	?

Tâches :

- 1) Les intérêts produits à la réunion en un an pourront-ils suffire à Monsieur Amadou pour acheter son appareil photos numérique ? 1,5pt
- 2) Monsieur Amadou peut-il arrivé à temps chez son client ? 1,5pt
- 3) Peut-on donner une estimation de la tension de M. Paul ? 1,5pt

Présentation :

0,5pt