



PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15 points

EXERCICE 1 [3, 75 points]

Pour chacune des quatre propositions de ce QCM, une et une seule des quatre affirmations est exacte. Choisir la réponse juste.

1) La fonction f définie sur l'intervalle $[-1 ; 1]$ par $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ est continue et positive. Le volume en unités de volume du solide (S) engendré par rotation de la courbe représentative (C) de cette fonction dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) autour de l'axe des abscisses est égal à :

- a) $V = \frac{8}{3}\pi^2$ b) $V = \frac{8}{3}\pi$ c) $V = \frac{4}{3}\pi^2$ d) $V = \frac{4}{3}\pi$

2) Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binominale de paramètre n et p , d'espérance mathématique $E(X) = \frac{3}{2}$ et de variance $(X) = \frac{5}{4}$. On a :

- a) $n = 19$ et $p = \frac{1}{3}$ b) $n = 5$ et $p = \frac{1}{4}$ c) $n = 9$ et $p = \frac{1}{6}$ d) $n = 3$ et $p = \frac{1}{2}$

3) Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat. Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin, 90% entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10% achètent un salon. Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80% achètent un salon. Une personne entre dans le magasin.

i) La probabilité pour qu'elle achète un salon est de :

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{17}{100}$ c) $\frac{81}{100}$ d) $\frac{72}{100}$

ii) La probabilité pour qu'elle soit venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon

- est de : a) $\frac{9}{100}$ b) $\frac{8}{17}$ c) $\frac{9}{17}$ d) $\frac{9}{10}$

4) $(x ; y)$ est une série statistique double dont les variables statistiques x et y sont en corrélation linéaire. Son coefficient de corrélation linéaire est r . Les droites de régression de y en x et de x en y ont respectivement pour coefficient directeurs $\frac{1}{8}$ et $\frac{2}{5}$

- a) $|r| = \frac{21}{40}$ b) $|r| = \frac{1}{10}\sqrt{5}$ c) $|r| = \frac{1}{20}$ d) $|r| = \frac{1}{4}\sqrt{5}$

EXERCICE 2 [4 points]

1) On considère l'équation $(E) : z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = 0$ où z est un nombre complexe.

a) Démontrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure.

0,5pt

b) En déduire les solutions de l'équation (E)

1,5pt

2) Dans le plan complexe, rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : i , $2 + 3i$ et $2 - 3i$

a) Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer l'affixe du point A' , image du point A par la rotation r 1pt

b) Démontrer que les points A' , B et C sont alignés et déterminer l'écriture complexe de l'homothétie de centre B qui transforme C en A' 1pt

EXERCICE 3 [3, 5points]

1 – On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x - 1)e^{1-x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Etudier la fonction f et construire la courbe (C) . 1,25pt

2) Pour tout nombre réel x supérieur ou égal à 1, on pose :

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt = \int_1^x (t - 1)e^{1-t} dt$$

a) Démontrer que la fonction F est croissante sur $[1 ; +\infty[$ 0,5pt

b) Montrer à l'aide d'une intégration par parties que pour tout réel x appartenant à $[1 ; +\infty[$

$$F(x) = -xe^{1-x} + 1$$
 0,75pt

c) Démontrer que sur $[1 ; +\infty[$, l'équation $F(x) = \frac{1}{2}$ est équivalente à l'équation

$$\ln 2x + 1 - x = 0$$
 0,5pt

3) Soit a un réel supérieur ou égal à 1. On considère la partie (D_a) du plan limitée par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = a$. Déterminer a tel que l'aire, en unités d'aire, de (D_a) , soit égale à $\frac{1}{2}$ et hachurer (D_a) sur graphique. 0,5pt

EXERCICE 4 [3, 75points]

On considère les intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x}$

1) Calculer I 0,5pt

2) Soit la fonction g définie sur $\left[0 ; \frac{\pi}{4}\right]$ par $g(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

a) Déterminer que la dérivée g' de g est définie par $g'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$

b) En déduire le calcul de J . 0,5pt

3) a) Résoudre l'équation différentielle $E_0 : y'' + 2y' + y = 0$ 0,5pt

b) Soit l'équation différentielle $E : y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$

- Vérifier que la fonction h définie par $h(x) = x^2 e^{-x}$ est solution de E . 0,5pt

- Montrer qu'une fonction φ est solution de E si et seulement si $\varphi - h$ est solution de E_0 0,5pt

- Donner la solution f_0 de E qui vérifie $f(0) = 4$ et $f'(0) = 0$ 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 5 points

Situation

Dans le tableau ci-contre, les lettres sont les initiales des villes d'une région et les nombres entiers sont les longueurs des routes en km liant les unes aux autres.

A ce tableau est lié le graphe ci-après.

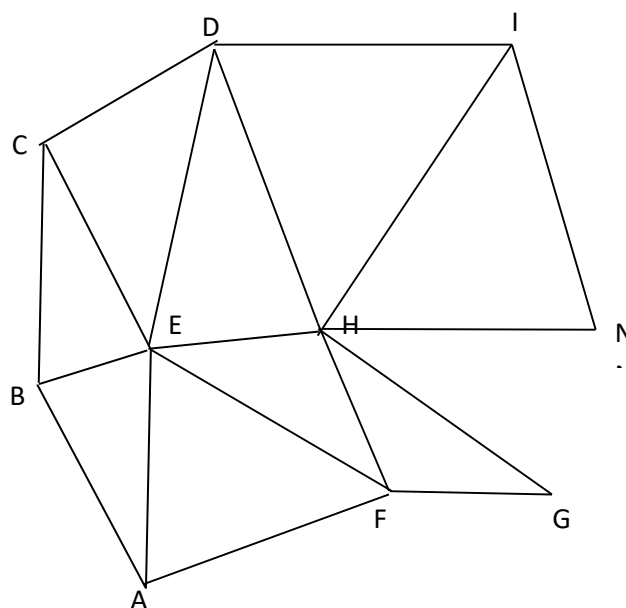
Pour résoudre le problème de sécurité,

L'entreprise ENEO dont le siège est dans la ville A, voudrait électrifier toutes ces routes à l'aide d'un câble électrique qui coûte 1300f le mètre. Elle prévoit 1,4 milliard de francs pour l'achat du câble.

La réunion de lancement de ces travaux entre les autorités de la région et le chef du projet qui habite la ville A est prévue à 8h00 dans la ville N. Il doit s'y rendre en empruntant le chemin le plus court. Il quitte la ville A 5h15min et son chauffeur roule à une vitesse moyenne de 60km/h.

En vue d'électrifier aussi les quartiers de cette région, un recensement fait en 2008 révèle que cela ne sera possible que si l'effectif de la

	B	C	D	E	F	G	H	I	N
A	70			90	50				
B		70		30					
C				80					
D		60						45	
E			75		55		40		
F						40	55		
G							70		
H			75					85	57
I									71



Tâches

1. A partir de quelle année ENEO pourra-t-elle électrifier les routes de cette région ? **1,5pt**
2. Le chef du projet pourra-t-il être présent à la réunion dans la ville N à l'heure prévue ? **1,5pt**
3. Le montant prévu par ENEO suffira-t-il pour l'achat du câble électrique ? **1,5pt**

Présentation :

0,5pt